



Lomíhlav

... alebo čo vám v škole nepovedia



1. Na Táboře Mladých Matematikov bol tento rok pomer chlapcov k dievčatám 3 : 4 a pomer dievčat k dospelým 5 : 7. Aký bol pomer detí k dospelým?

2. Keď mal Izák Ňjúton desať rokov, nakreslil si štvorec 3×3 (ako na obrázku). Potom ho vyplnil číslami od 7 po 15 tak, že každé číslo použil práve raz a súčet čísel v každom riadku, každom stĺpci a na každej uhlopriečke bol rovnaký. Aké čísla mohol Izák napísať namiesto n ? Nájdite všetky riešenia.

n		
	13	

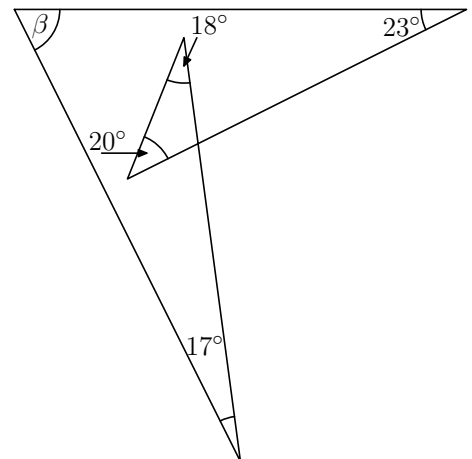
3. Keďže sa s Jankom Keplerom nikto nechcel hrať, musel si krátiť dlhú chvíľu. Na papier si napísal štyri prirodzené čísla. Ak si vyberal tri z nich a spočítal ich, dostal hodnoty 115, 153, 169 a 181. Aké najväčšie číslo si Janko napísal?

4. U Fermatovcov doma majú v trezore 13,4 kg zlata. Peťko vie, že táto pekná kôpka je zložená z tehličiek so všelijakými hmotnosťami. Tiež vie, že ich tam je desať. Päť z nich má hmotnosť 1, 2, 5 alebo 10 kg (môžu mať rôzne hmotnosti, nie všetky rovnakú) a ďalších päť má hmotnosť 0, 1; 0, 2 alebo 0, 5 kg (tiež môžu byť rôzne). Peťko by veľmi chcel zistiť, aké rôzne tehličky tam majú. Zistite a vypíšte, koľko ktorých tehličiek majú v trezore. Odpoveď napíšte v poradí od najväčšej hmotnosti (napríklad 3×10 kg, 4×5 kg, 0×2 kg atď).

5. Archimedes už ako sedemročný vedel všeličo o telesách ponorených do kvapaliny. Doma vo vani robil pokusy s rôznymi telesami. Teleso *hviezda* vyrobil tak, že ku každej stene kocky s hranou dĺžky 1 prilepil podstavou pravidelný štvorboký ihlan (egyptskú pyramídu) s podstavou rovnakej dĺžky. Koľko stien má *hviezda*?

6. Euklides na základnej škole z duše nenávidel výtvarnú výchovu. Nečudo, jeho najlepší pokus nakresliť psíka dopadol približne tak, ako vidíte na obrázku. Euklides mal však veľmi rád geometriu, a tak pri pohľade na svoj výtvar okamžite vedel, akú veľkosť má uhol β . Keďže ste šikovní aspoň tak ako Euklides, iste na to prídete tiež. Akú veľkosť má uhol β ?

7. V Gausovej rodnej dedine žijú iba 2 druhy ľudí – Trujeri (ktorí vždy vravia pravdu) a Lajeri (ktorí vždy klamú). Každý zo 400 obyvateľov dediny je buď matematik, umelec alebo elektroinštalatér (nikto nemá viac povolání). Každý obyvateľ odpovedal na 3 anketové otázky:



- Si matematik?
- Si umelec?
- Si elektroinštalatér?

Na prvú otázku odpovedalo 100 obyvateľov „nie“, na druhú 200 „nie“ a na tretiu 150 obyvateľov „áno“. Koľko Lajerov žije v dedine?

8. Veru, chodiť do školy za Pytagorových čias nebolo med lízať. Dejepis síce končil na piatej strane, no niektorí žiaci sa dokonca museli učiť postojačky, lebo nemali na stoličky. Raz si Pyťo (ako ho všetci kamaráti volali) všimol, že dve tretiny žiakov v triede sedia, ostatní stoja. V tej chvíli boli v triede obsadené tri štvrtiny stoličiek. Ak bolo v tej chvíli voľných 6 stoličiek, koľko žiakov bolo v triede?

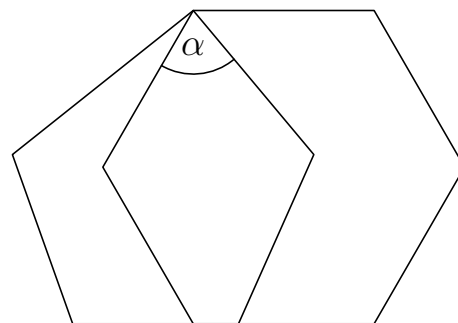
9. Minulý týždeň kúpila Marika Kiri dva rovnaké balíčky sponiek. Spravidlivo ich rozdelila medzi svojich 7 kamarátok tak, že každej z nich sa ušlo 5. Sponky, ktoré sa už rozdeliť nedali, si nechala. Tento týždeň kúpila Marika 3 balíčky tých istých sponiek. Znovu ich rozdelila medzi 7 kamarátok a zbytok si nechala. Tentoraz sa jej však ušlo ešte menej ako minulý týždeň. Koľko sponiek mohlo byť v jednom balíčku? Nájdite všetky riešenia.

10. Archimedes svoje telesá nielen ponáral do vane, občas ich aj natieral rôznymi farbami. Keď mal osem rokov, strašne ho bavilo natierať pravidelný trojboký ihlan. Jednu stenu natrel na purpurovo. Na nafarbenie zvyšných stien mal k dispozícii fialovú, ružovú a bordovú farbu. Každú stenu sa rozhodol natrieť celú jednou farbou a každú chcel mať inou farbou. Koľko rôzne zafarbených pravidelných trojbokých ihlanov takto mohol vyrobiť? (Dva ihlany sú rovnako zafarbené, ak vieme jeden z druhého dostať tak, že ho otočíme.)

11. Blejs Paskal mal v deviatej triede naozaj rozmanité známky. Ako sa tak pozeral do žiackej knižky, zamyslel sa nad nasledujúcim problémom. Medzi číslice 5 4 3 2 1 chcel vložiť znaky početných výkonov (+, −, ×, /) a zátvorky tak, aby sa výsledok odlišoval od čísla 111 najviac o 2. Poradie číslic musí ostať zachované, napríklad $5 + 4 \times (32 - 1) = 129$ (odlišuje sa o 18). Skúste tento problém vyriešiť!

12. Pravdepodobne nikto z vás nikdy nepočul o Bolzanovi. Je to tým, že Bolzano celý život riešil jediný problém. Snažil sa určiť číslo, ktorého dve sedminy sú rovnako veľké ako jeho tri pätiny. Aké číslo mohol Bolzano nájsť?

13. Malý Leonardko Ojler si kreslil celkom zaujímavé haky-baky. Nakreslil si pravidelný päťuholník a pravidelný šesťuholník tak, ako to vidíme na obrázku. Aký veľký je uhol α ?



14. Náš priateľ René Dėkart bol v puberte taký dobrý v šachu, že s ním všetci odmietali hrať. Tak celé dni smutne sedel nad šachovnicou a ukladal na ňu figúrky. Šachovnicu 8×8 mal obrátenú tak, že v ľavom hornom rohu bolo čierne políčko. René mal čierne, biele a kdesi zohnal aj červené figúrky. Začal v ľavom hornom rohu a riadok po riadku (vždy zľava) na každé políčko položil jednu figúrku. Na prvé políčko položil čiernu, na druhé bielu, na tretie červenú a tak ďalej, vždy v tomto poradí. Keď poukladal figúrky na celú šachovnicu, na koľkých políčkach bola figúrka rovnakej farby, ako je políčko?

15. Izák Ňjúton si myslel číslo, vynásobil ho dvomi, výsledok zmenšil o 1 a dostal číslo, ktoré nazval *Filoména*. Potom ale prišiel Gotfríd Lajbnic a povedal si, že je oveľa väčší makáč ako Izák a *Filoménu* zase vynásobil dvomi a potom zmenšil o 1. Potom toto ešte raz vynásobil dvomi a zmenšil o 1. Vyšlo mu číslo 7. Aké číslo si Izák myslel na začiatku?

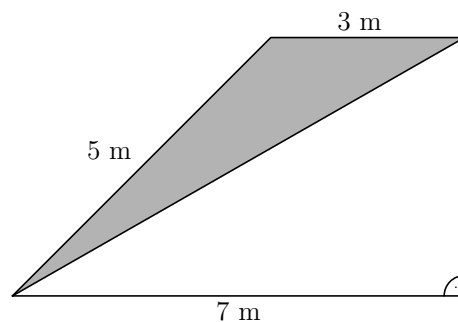
16. Pytagoras ako stredoškolaák rád posielal ŠMSky (Šikovné Matematické Správy). Každý deň poslal tri. U jeho mobilného operátora – Kyslíka – stálo zaslanie jednej ŠMS 2,50 Gk. Keďže posielanie ŠMS bolo v tej dobe v počiatočoch, mal možnosť vybrať si len jeden z týchto troch programov:

- Po 1000 spoplatnených ŠMS môže poslať 100 ŠMS zadarmo,
- Po 100 spoplatnených ŠMS môže poslať 10 ŠMS zadarmo,
- Po 10 spoplatnených ŠMS môže poslať 1 ŠMS zadarmo.

Koľko najmenej zaplatil Pyťko za odoslané ŠMS za jeden rok od prvej odoslanej správy (nebol to prestupný rok)?

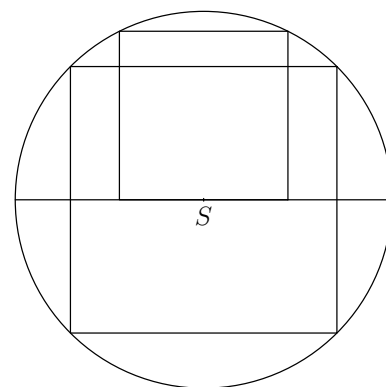
17. Jožkovi Lagránžovi sa raz prisnil takýto sen: Všade vo vzduchu sa vznášali číslice 0 až 9. Zrazu si niektoré z nich sadli Jožkovi na nos a vytvorili sedemmiestne číslo. Napriek tomu, že tvrdo spal, si Jožko uvedomil, že pre toto číslo platí: ak označíme číslice zľava postupne a, b, c, d, e, f, g tak $a - b = c$, $b - c = d$, $c - d = e$, $d - e = f$, $e - f = g$. Nájdite číslo, o ktorom sa Jožkovi snívalo (rovnaká číslica sa v ňom môže nachádzať viackrát). Nájdite všetky riešenia.

18. Marika Kiri si so svojím manželom Petrom rozdelila prácu v ich lichobežníkovej záhradke (na obrázku). Marika má na starosti okopávanie vyfarbenej časti. Aká je plocha časti záhrady, ktorú okopáva Marika?



19. Jano Dirišlet strávil takmer celý život tým, že sa snažil napchať štyroch holubov do troch holubníkov. Keď mu došlo, že to nepôjde, bol taký nahneváný, že našiel najväčšie štvorciferné číslo, ktoré keď pripočítame k najmenšiemu štvorcifernému číslu deliteľnému 7, dostaneme štvorciferné číslo deliteľné 7. Hneď mal lepšiu náladu. Nájdite toto číslo, ktoré pomohlo Janovi v ťažkej životnej situácii.

20. Keď mal Euklides 99 rokov, rozhodol sa naposledy skúsiť nakresliť psíka. Veľmi sa snažil, no ako vidíte na obrázku, výsledok nebol veľmi dobrý. Ako sa však Euklides na svoj výtvor díval, uvedomil si, že tam má dva presné štvorce. Aký je pomer obsahov väčšieho a menšieho štvorca na obrázku? (S je stred kružnice.)



Pozor! Všetky obrázky sú kreslené len približne, dĺžky a veľkosti uhlov nemusia sedieť.

Hádanky

1. Čo má prsty bez nechtov?
2. Čo rastie koreňom nahor?
3. Nie je to v jačmeni, v krúpach to je, nie je to v obilí, v múke to je. Čo je to?
4. Už je tu od začiatku sveta a nemá ani 5 týždňov. Čo je to?
5. Päť nás je (písmen), keď dve odídeme, zostanú dve. Kto sme, čo sme?

Hlavalamy

1. Doplň nasledujúce číslo v postupnosti

1, 1, 2, 6, 24, 120, 720, ? . . .

2. Ktoré slovo nepatrí medzi ostatné? *JAP, DAV, LIF, JOH, TUB*

3. V nasledujúcej rovnici nahradte každé písmeno číslicou (rovnaké písmená nahradte rovnakou číslicou, rôzne rôznou) tak, aby rovnosť platila. Aké číslice môžeme dosadiť za *P*? Nájdite všetky možnosti.

$$PIP + PIP = KUKU$$