



## Ahojte!

Prázdniny sa nám skončili a vo vzduchu ostal už len nepriehľadný mrak nostalgie miestami prestúpený tvrdou realitou. Ale tak, ako sa končia prázdniny, tak sa začína nová séria **STROMu**, ktorý je tu opäť raz pre tých, ktorým zachutila matematika a iné (napríklad fantastické týždňové sústredenie, super ľudia, skromní vedúci alebo možnosť rozmýšľať nad príkladmi na záchode alebo v sprche, kde to myslí najlepšie). Takže naši milí riešitelia, hlavne žiaden stres z písomiek alebo skúšania, **STROM** je tu pre vás a s ním aj kopa super príkladov, po vyriešení ktorých vám stúpne IQ aspoň o tisíc päťsto!

P.S.: kuk na pravidlá

S pozdravom

Vaši vedúci



## Čo je seminár STROM?

Seminár **STROM** (Súťaž Talentovaných Riešiteľov Oblubujúcich Matematiku), organizovaný Združením STROM, je pokračovateľom najstaršej súťaže svojho druhu v bývalom Česko-Slovensku, ktorá vznikla pod názvom Korešpondenčný matematický seminár v roku 1976 v Košiciach. Tento seminár je **BEZPLATNÝ** a je určený najmä pre žiakov stredných škôl, no zapojiť sa môžu aj mladší. Každý školský rok čakajú na riešiteľov dva semestre, v ktorých dostanú zadania dvoch sérií príkladov.

Tí najlepší riešitelia sa potom dostanú na týždňové sústredenie a zažijú veľa zábavy. Sústredenia na konci semestrov majú byť pre žiakov odmenou a zároveň motiváciou na pokračovanie a zlepšovanie sa v riešení matematických seminárov.

Samotná korešpondenčná časť je v priebehu roka doplňovaná rôznymi akciami. Každoročne organizujeme Matboj, matematickú súťaž pre družstvá, ale aj zábavné hry, výlety alebo športové stretnutia. Naším cieľom je ukázať žiakom krásu matematiky, niekedy aj netradičným a hravým spôsobom. Preto dúfame, že náš seminár a s ním spojené akcie si nájdu svojich stálych nadšencov v radoch žiakov, ale aj podporovateľov v radoch učiteľov.

## Pokyny pre riešiteľov

**Seminár** je určený pre žiakov prvého až štvrtého ročníka stredných škôl a príslušných tried osemročných gymnázií a bilingválnych gymnázií. Zapojiť sa môžu aj žiaci z nižších ročníkov; v súťaži majú rovnaké podmienky a výhody ako prváci. **STROM** je súťaž jednotlivcov.

**Úlohy** riešte zásadne samostatne, neodpisujte, v riešeníach vysvetľujte celý svoj myšlienkový postup ako v Matematickej olympiáde. Svoje riešenia môžete poslať poštou alebo e-mailom, nie osobne. Pri opravovaní sa držíme zásady, že čo sa nedá prečítať, nemôže byť ohodnotené bodmi. Preto zväzťe, či nenapíšete svoje riešenie na počítači. Riešenia poštou zasielajte do uvedeného termínu (rozhoduje dátum poštovej pečiatky) na adresu

PF UPJŠ  
**STROM**  
Jesenná 5  
041 54 Košice.

V prípade zasielania riešení e-mailom ich posielajte na e-mailovú adresu [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk). Preferujeme súbory vo formáte PDF. Každú úlohu posielajte osobitne a do predmetu e-mailu napíšte (bez diakritiky) Uloha 1, respektíve Uloha 2, respektíve Uloha 3, respektíve Uloha 4, respektíve Uloha 5, respektíve Uloha 6. Vaše riešenia musia dôjsť pred polnocou v deň termínu série a len na uvedenú adresu. Ich prijatie bude potvrdené e-mailom. Technické problémy na našej či vašej strane nie sú dôvodom na akceptovanie riešení doručených po termíne. Akceptujeme prvé riešenie danej úlohy, ktoré pošlete.

S prvou sériou, ktorej riešenia nám posielate, pošlite vyplnenú **prihlášku**. Riešenie každej úlohy píšete na samostatný papier **formátu A4**, respektíve do samostatného súboru, na výšku s **menom, školou, triedou a číslom úlohy**. Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail [strom@strom.sk](mailto:strom@strom.sk), prostredníctvom debaty na našej stránke alebo osobne.

**Bodovanie** úloh závisí od kvality riešenia. Za každú úlohu môže riešiteľ získať najviac 9 bodov. Body môžete získať aj za čiastočné vyriešenie zadaných úloh. Preto sa nebojte poslať aj svoje neúplné riešenia. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

**štvrtáci, oktáva:** všetky vyriešené úlohy

**treťáci, septima:** všetky vyriešené úlohy

**druháci, sexta:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

**prváci, kvinta:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

### Príklad použitia pravidiel:

Štyria bratia, štvrták Vlado, tretiak Fero, druhák Jaro a prvák Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Fero tiež získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$  bodov. Jasné, nie?

**Varovania (!!!).** Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú za odpisovanie a za poslanie riešení po termíne. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhľime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie). V prípade, že nie ste spokojní s bodovým ohodnotením vášho riešenia, môžete nám do dvoch týždňov od rozoslania riešenia zaslať poštou sťažnosť a tá bude prešetrená.

**Sústredenie** je odmenou pre najlepších, príležitosťou naučiť sa niečo nové a stretnúť sa s ostatnými riešiteľmi. Zúčastnia sa ho najlepší riešitelia podľa záverečného poradia a členovia minimálne prvých troch najlepších družstiev z matboja, ak sa v príslušnom polroku koná. Prípadní ďalší účastníci a náhradníci sú pozývaní podľa poradia **STROMu** a matboja; nie však tí riešitelia, ktorí už majú maturitu za sebou. Na sústredenie nebudú vôbec pozvaní riešitelia, ktorí získali v príslušnom semestri menej ako 20 bodov.

## *Matematický krúžok*

Aj v školskom roku 2010/2011 sa na **Prírodovedeckej fakulte UPJŠ** v Košiciach na Jesennej 5 v miestnosti VKM (pozor, zmena!) každý týždeň vo **štvrtok o 15:00** koná matematický krúžok, ktorý je zameraný hlavne na prípravu na Matematickú olympiádu v kategóriách A, B a C.

Krúžku sa môže zúčastniť ktorýkoľvek stredoškôľák (ale i šikovný základnoškôľák), ktorý sa chce venovať Matematickej olympiáde.

Prvé plánované témy:

23. 9. a 30. 9.: **Permutácie v matematických hlavolamoch** (Roman Soták)

7. 10. a 14. 10.: **Kvadratické diofantovské rovnice** (Matúš Harminc)

Podrobnejšie informácie môžete nájsť na stránke [umv.science.upjs.sk/mo](http://umv.science.upjs.sk/mo).

## PALMA

Aj tento rok pre vás pripravujeme programátorskú súťaž pre stredoškolské družstvá s názvom PALMA. Radi uvítame všetkých, ktorí majú chuť si zasúťažovať, otestovať svoje riešiteľské schopnosti, prípadne sa niečo nové naučiť. Bližšie informácie či úlohy z minulého ročníka nájdete na domovskej stránke súťaže: <http://palma.strom.sk>.

## Zadania úloh zimného semestra 35. ročníka

### 1 Prvá séria

Termín odoslania riešení: **25. 10. 2010**

1. Nová kolekcia kalkulačiek pod názvom „Nevybuchnem“ má iba gombíky '+1', '-1', '+4' a '-4'. Kedykoľvek je však výsledok operácie deliteľný štyrmi, kalkulačka vybuchne. Na kalkulačke svieti číslo 1. Dá sa pomocou práve 2010 operácií dostať ku číslu 2?
2. Popíšte trojuholníky, ktoré sa dajú jedným priamym rezom rozdeliť na dva navzájom podobné trojuholníky. Svoje tvrdenie zdôvodnite.  
(Príklad vhodného popisu: sú to trojuholníky s dĺžkami strán  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , pre ktoré platí  $a + 2b = 4c$ . Nezabudnite nielen ukázať, že vami popísané trojuholníky vyhovujú, ale treba tiež zdôvodniť, prečo nevyhovuje žiaden trojuholník, ktorý váš popis nespĺňa.)
3. Máme dané dĺžky  $a$  a  $b$ , pričom vieme, že sa dá zostrojiť pravidelný mnohouholník so stranou veľkosti  $a$  a najdlhšou uhlopriečkou veľkosti  $b$ . Pomocou pravítka a kružidla ho zostrojte, ak nepoznáte počet jeho strán, dokonca ani neviete, či je tento počet párny alebo nepárny.
4. Maľko a Kubko si vymysleli novú hru na svojej šachovnici  $11 \times 11$ . Každý hráč môže na šachovnicu v svojom kole položiť na ľubovoľné políčko jeden oriešok (O) alebo jeden xylofón (X). Je to na ňom, čo a kde položí (t.j. vždy si môžu vybrať, či položia O alebo X). Vyhráva ten, kto prvý vytvorí 3 rovnaké symboly v riadku, stĺpci alebo pozdĺž diagonály. Ak Maľko začína, pre koho existuje víťazná stratégia? Mohlo by sa stať, že by ich hra skončila remízou? (Víťazná stratégia je postup, ktorý umožní hráčovi zvíťaziť pri akýchkoľvek ťahoch protihráča.)
5. Kružnica  $k$  prechádza vrcholmi  $A$  a  $B$  rovnoramenného trojuholníka  $ABC$  so základňou  $AB$  a dotýka sa priamky  $AC$ . Dokážte, že kružnica  $k$  prechádza stredom vpísanej kružnice, stredom opísanej kružnice alebo priesečníkom výšok trojuholníka  $ABC$ .
6. Dlhý John získal mapu pokladu. Poklad je zakopaný v bode  $(x, y)$  s celočíselnými súradnicami (môžu byť aj záporné). Tento bod však na mape zobrazený nie je, miesto toho sú tam len napísané hodnoty  $x^2 + y$  a  $x + y^2$  (vieme, ktorá z nich prislúcha ktorému výrazu). Tieto hodnoty sú rôzne. Dokážte, že ak John nie je hlúpy, stačí mu na získanie pokladu kopať na jedinom mieste.

## 2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **22. 11. 2010**

1. Na ostrove „Pochúfka“ žije 20 kanibalov. Každý z kanibalov má niektorých zo svojich spoluostrovčanov rád a zvyšok nemá rád (nikdy to však nemenia). Každý deň, všetkých, ktorých má rada aspoň polovica žijúcich obyvateľov ostrova, zabijú a zjedia na večeru. Ukážte, že ak prvého októbra bol zjedený prvý kanibal, tak od jedenásteho októbra už nie je možné zjesť nikoho, lebo nikto zo žijúcich kanibalov nechutí aspoň polke obyvateľov ostrova.
2. Zostrojte štvoruholník  $OLDA$ , do ktorého sa dá vpísať kružnica s polomerom 4 cm. Navyše viete, že strana  $OL$  je dlhá 6 cm, veľkosť uhla  $OLD$  je  $120^\circ$  a vrchol  $A$  leží na osi uhla  $OLD$ . Vedeli by ste ho zostrojiť aj v tom prípade, ak by strana  $OL$  bola dlhá 18 cm?
3. Pre kladné reálne čísla  $a$  a  $b$  platí  $a^2 + b^2 = 1$ . Dokážte, že pre ľubovoľné reálne čísla  $c$  a  $d$  potom platí  $(ac + bd)^2 \leq c^2 + d^2$ . Pre ktoré čísla  $c$  a  $d$  nastáva v tejto nerovnosti rovnosť?
4. Môže mať mocnina dvojky (s prirodzeným exponentom) vo svojom dekadickom zápise (t.j. zápise v desiatkovej sústave) rovnaký počet jednotiek, dvojok, ..., deviatok? Svoje tvrdenie nezabudnite poriadne odôvodniť.
5. Stredy strán  $AB$ ,  $BC$  a  $CA$  ostrouhlého trojuholníka  $ABC$  označíme postupne  $K$ ,  $L$  a  $M$ . Nech kružnice so stredmi v bodoch  $K$ ,  $L$ ,  $M$  prechádzajúce priesečníkom výšok  $V$  trojuholníka  $ABC$  pretnú strany trojuholníka (strany ako úsečky) v šiestich bodoch. Dokážte, že potom týchto šesť bodov leží na jednej kružnici.
6. Pre ktoré kladné celé čísla  $n$  existuje polynóm  $P$  stupňa  $n$  s reálnymi koeficientmi taký, že

$$P(0), P(1), P(2), \dots, P(n-1), P(n+1), P(n+2), P(n+3)$$

sú celé čísla a  $P(n)$  nie je celé číslo?

Ak by vám nebolo jasné zadanie niektorej úlohy, obráťte sa na nás cez e-mail [strom@strom.sk](mailto:strom@strom.sk).

### Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Jednote slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- Prírodovedeckej fakulte UPJŠ v Košiciach
- Agentúre na podporu výskumu a vývoja prostredníctvom projektu:  
LPP-0057-09 Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží

<b>Názov</b>	<b>STROM</b> – korešpondenčný matematický seminár Číslo 1 • September 2010 • Zimný semester 35. ročníka (2010/2011)
<b>Internet:</b>	<a href="http://seminar.strom.sk">http://seminar.strom.sk</a>
<b>E-mail:</b>	<a href="mailto:strom@strom.sk">strom@strom.sk</a>
<b>Vydáva:</b>	Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
<b>Internet:</b>	<a href="http://www.strom.sk">http://www.strom.sk</a>
<b>E-mail:</b>	<a href="mailto:zdruzenie@strom.sk">zdruzenie@strom.sk</a>