

KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO 1 – ROČNÍK 34

matik.strom.sk



Ahoj!

Práve sa Ti dostal do rúk časopis *M.ATIK*a! Je to matematický seminár, vďaka ktorému sa na konci polroka môžeš dostať preč zo školy na celý týždeň, počas ktorého zažiješ kopec zábavy a zaujímavých hier. Ak si siedmak, ôsmak alebo deviatak, je presne pre Teba! Stačí vyriešiť dvanásť (či toľko, koľko dokážeš) nevšedných úloh, ktorých riešenie nám pošleš dvakrát za polrok, my ich opravíme, a ak budú dostatočne dobré, môžeš očakávať zážitky ako nikdy predtým! V tomto časopise nenájdeš len spomínané úlohy, ale aj pravidlá. Tešíme sa na Tvoje riešenia!

vedúci *M.ATIK*a

Ako bude

Šifrovačka Kôš

Smútili ste celý rok, lebo ste nemali kam vyhodiť odpadky? Mysleli ste si, že vaše soboty boli nudné? Už sa viac netrápate, máme pre vás dobrú správu, pretože aj napriek súčasnej situácii vám aj tento rok ponúkame možnosť zmerať si svoje mentálne sily s kamarátmi, známymi, ale aj úplnými cudzincami. Preto neváhajte a prídte v sobotu, 24. októbra, do Košíc. Od 9:00 do 17:00 budete mať možnosť prebiť sa 10 šiframi až do cieľa. Šifrovačka je rozdelená do dvoch kategórií, takže si na svoje prídu úplní začiatčníci, ale aj profíci. Zožeňte si najviac 5-členný tím a prídte sa zabaviť na Kôš. Viac informácií a registráciu nájdete na bit.ly/sifrovackakos a FB udalosť na bit.ly/sifrovackakos2020fb.

Pravidlá súťaže

Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov siedmeho až deviateho ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší. *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimného aj letného semestra dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo ich nahraj pod svojím profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme, obodujeme a zosťavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš vzorové riešenia a poradie, dostaneš do školy alebo ich nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa budeš snažiť a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia na základe poradia po sériách daného semestra.

Registrácia

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je jednou z aktivít národného projektu IT Akadémia – vzdelávanie pre 21. storočie (itakademia.sk). Pred tým, ako odošleš prvé riešenia, je potrebné, aby si sa na túto aktivitu v portáli IT akadémie prihlásil.

Ak si sa zapojil do niektorej z našich aktivít v rámci národného projektu, tak konto na portáli registracia.itakademia.sk už máš. V takomto prípade stačí, ak sa prihlásiš na aktivitu Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* na tomto portáli. Ak ešte nie si registrovaný v projekte, vyplň nám kontaktné údaje v dotazníku, ktorý nájdeš na stránke seminára, a my ti konto vytvoríme.

Registrácia je povinná, ak chceš, aby tvoje riešenia boli opravené. Vďaka tomu, že seminár je jednou z aktivít projektu, sú všetky aktivity v rámci neho pre teba bezplatné. To znamená, že ak sa budeš snažiť, budeš sa môcť zúčastniť sústredenia v Danišovciach bez akéhokoľvek poplatku. Pre najlepších troch riešiteľov sú pripravené knižné poukážky.

S registráciou nech ti pomôžu rodičia alebo učiteľ v škole. V prípade, že máš ty alebo tvoji rodičia, resp. učitelia akékoľvek otázky k registrácii, neváhajte nás kontaktovať e-mailom na sutaze@itakademia.sk.

Prihlásenie

Prihlásenie do seminára prebieha online na našej webovej stránke matik.strom.sk. Ak si novým riešiteľom alebo ešte nemáš vytvorený účet, zaregistruj sa a vyplň povinné údaje v užívateľskom profile. Tieto údaje nám slúžia na to, aby sme sa s tebou mohli skontaktovať aj v čase, keď nie si v škole (prázdniny...), v prípade pozývania

na sústredenie, a tiež na to, aby sme sa mohli uverejniť v poradí riešiteľov aktuálneho semestra seminára. Na tejto stránke nájdeš aj svoje opravené a obodované riešenia, ak si ich poslal elektronicky.

Prihláška (vyplnenie profilu) je povinná pre všetkých riešiteľov.

Bodovanie

Za správne vyriešenie úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

- **deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy
- **ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh
- **siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

Príklad

Traja bratia – deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel – vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasně, nie?

Riešenia po termíne

V prípade, že svoje riešenie pošleš po termíne odovzdania, riešenie ti opravíme len v prípade, že nám bude doručené do štyroch dní od termínu série. V tomto prípade ti za oneskorenie strhneme body. Body sa strhávajú podľa dĺžky omeškania nasledovne:

- **do 24 hodín:** 2/3 bodov zaokrúhlených nahor
- **viac ako 24 hodín a do štyroch dní:** 1/2 bodov zaokrúhlených nahor
- **viac ako štyri dni:** riešenie neopravujeme

Vo výnimočných prípadoch môžeme body za riešenie neznížiť.

Odpisovanie

Body sa samozrejme bez výnimky strhávajú aj za odpisovanie. Pri odpisovaní rozlišujeme podobné riešenia (počet bodov delíme počtom zúčastnených a zaokrúhlime nadol) a „takmer kópie“, ktoré ostávajú bez bodu. Ak (náhodou) nájdete úlohu riešenú v literatúre, uveďte názov, autora a stranu, inak riskujete stratu bodov za odpisovanie (je však potrebné napísať aj samotné riešenie).

Ako písať riešenie

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, **nestačí**. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Slovaní rozhodne nešetri. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou založeného účtu na našej webovej stránke matik.strom.sk. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posielat poštou alebo nahrávať cez web (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade technických problémov na našej strane posielajte riešenia na e-mailovú adresu riesenia@strom.sk s predmetom *MATIK* vo formáte PDF (každé riešenie v samostatnom súbore) najneskôr v deň termínu série do 20:00. Riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený. (Pozor na to, že maximálna veľkosť mailu je 10MB.)

Webová stránka

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (či už tomto alebo o tom pre starších/mladších) alebo by si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu matik@strom.sk.

Zadania 1. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 19. októbra 2020

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na matik.strom.sk.

Úloha 1

V Kamirlande vznikol nový tím FírKe. Na tréningu si hráči nahrávajú disk. O FírKe je známe, že na jednom tréningu nehodia disk menej ako 77-krát ani viac ako 88-krát. Tiež platí, že na každom tréningu je počet diskov, ktoré hráči chytia, dvakrát väčší ako počet diskov, ktoré hráči nechytia.

- Koľko najmenej diskov môžu hráči chytiť za tréning?
- Môže tím mať 55 tréningov, počas ktorých nechytli 1600 diskov?

Úloha 2

Frisbeesti hrajú turnaj vo futbale. Zúčastnili sa tímy Plasto-Kus, FírKe, UpSky a OverLeft a každý tím hral s každým. Za výhru si tím pripíše 3 body, za remízu 1 bod a porazený tím nedostane žiadny bod. Poradie sa určilo podľa počtu bodov, v prípade rovnosti bodov rozhoduje vzájomný zápas. V prípade, že zápas skončil remízou, skončil lepšie tím, ktorý dostal menej gólov za celý turnaj. Určte, ako dopadol zápas medzi Plasto-Kusom a FírKe, ak tabuľka na konci turnaja vyzerala takto:

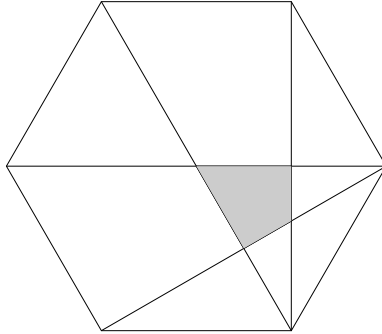
poradie	názov tímu	skóre	body
1.	Plasto-Kus	7 : 3	5
2.	FírKe	4 : 4	4
3.	UpSky	1 : 1	4
4.	OverLeft	1 : 5	3

Úloha 3

Tréner pripravil pre hráčov na rozvečičku kruhový plánik, ktorý má 12 stanovísk označených kuželkami očíslovanými od 1 po 12. Tréner zakričí číslo 1 a hráči sa vtedy postavia na stanovisko s číslom 1. Postupne tréner kričí nasledujúce prirodzené čísla a pri každom čísle sa hráči posunú o jedno stanovisko v kruhu (z dvanásteho idú naspäť na prvé, ale čísla sa ďalej zvyšujú). Vždy, keď je aktuálne zakričané číslo prvočíslo, tak kuželku označujúcu stanovisko vymenia za farebný disk (na stanovisku označenom farebným diskom už nič nemenia). Budú niekedy vymenené všetky kuželky za farebné disky? Ak áno, vysvetlite, ako sa to stane. Ak nie, tak ukážte, ktoré kuželky sa im podarí vymeniť za disk a prečo sa im nepodarí vymeniť tie zvyšné.

Úloha 4

Na obrázku máme ihrisko tvorené pravidelným šesťuholníkom s nasledovne vyznačenými uhlopriečkami. Vieme, že jeho vyfarbená časť má obsah 1 cm^2 . Aký obsah má celý šesťuholník?

**Úloha 5**

Máme 7 pravých a 7 falošných diskov, ktoré sú o trochu ľahšie. Máme aj robota, ktorý funguje ako rovnoramenné váhy. Ak mu dáme do dvoch rúk rovnako vážiace disky (alebo skupiny diskov), tak nám to povie. Ak disky (alebo skupiny diskov) v jeho rukách majú rôzne hmotnosti, tak nám povie, v ktorej ruke je ťažší disk (alebo skupina diskov) a zároveň si jeden náhodný disk z ťažšej skupiny vezme ako odmenu. My vyhráme, ak sa nám podarí identifikovať s istotou aspoň jeden pravý disk, ktorý si robot nevezal ako odmenu (nezáleží na tom, o koľko pravých diskov pri tom prideme). Vieme vyhrať? Ak áno, napíšte ako, ak nie, vysvetlite prečo.

Úloha 6

Na frisbee kemp bolo niekoľko hráčov a každý z nich nadiktoval trénerom čísla svojich dresov. Každý dres má na sebe nepárne číslo. Trénerka vynásobila všetky dresové čísla dohromady, odčítala od súčtu jednotku a zapísala si polovicu výsledného čísla. Tréner nevie násobiť veľa čísel, a tak radšej od každého dresového čísla odčítal jednotku a potom ho vydělil dvomi. Dostal tak nový zoznam čísel, v ktorom všetky čísla sčítal a zapísal si výsledok. Ukážte, že čísla, ktoré si tréner a trénerka zapísali, majú rovnakú paritu.

Zadania 2. série úloh zimného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do **23. novembra 2020**

Úloha 1

Po vytrvalom tréningu počas leta si chcel tréner svojich hráčov odvážiť, aby zistil, aký pokrok urobili. Stálo pred ním 11 hráčov, o ktorých vedel, že schudli nasledovne:

- všetci hráči schudli dokopy 40 kg,
- hráči na párnych pozíciách schudli dokopy 16,5 kg,
- hráči na pozíciách deliteľných 3 schudli dokopy 12,5 kg,
- súčet hmotností, ktoré schudli dvaja krajní a traja prostrední hráči, je dokopy 19 kg.

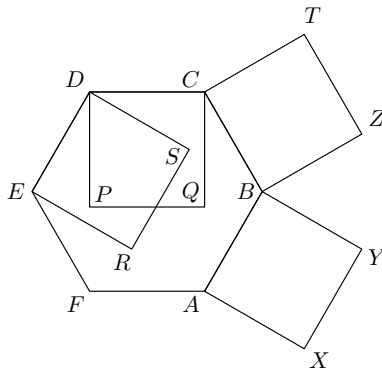
Zabudol však, koľko schudol stredný (šiesty) hráč. Koľko to je?

Úloha 2

Na turnaj prišlo 35 hráčov vrátane teba. Medzi niektorými z vás už existujú vzájomné priateľstvá a zároveň každý hráč má aspoň 17 kamarátov. Skamarátiť sa s nejakým hráčom je možné iba vtedy, ak sa s ním kamaráti už niektorý z tvojich doterajších kamarátov. Ukáž, že sa vieš skamarátiť so všetkými hráčmi.

Úloha 3

Na obrázku je nakreslený návrh nových kraťasov. Tie sú tvorené pravidelným šesťuholníkom $ABCDEF$ a dvoma štvorcami $BAXY$ a $CBZT$. Na kraťasoch sú dva vzory $CDPQ$ a $DERS$, ktoré sú tiež štvorce. Ukážte, že $|PS| = |YZ|$.



Úloha 4

Na frisbee campe sú pravdovravci a klamári. Všetci pravdovravci hovoria vždy pravdu a všetci klamári vždy klamú. Niektorí pravdovravci sa rozhodli hrať HotBox, podobne niektorí klamári začali hrať discgolf. Ľudia na campe sa združili do rôznych tímov, pričom hráč môže patriť do viacerých tímov. Tímy, ktoré vznikli na frisbee campe, spĺňajú nasledujúce 4 podmienky:

- Všetci pravdovravci, ktorí hrajú HotBox, tvoria tím.
- Všetci klamári, ktorí hrajú discgolf, tvoria tím.
- Pre každý tím T platí, že tí hráči, ktorí nie sú v tíme T , tvoria tiež tím.
- Ku každému tímu T existuje aspoň jeden hráč, ktorý o sebe prehlasuje, že je členom tímu T (jeho tvrdenie nemusí byť pravdivé, môže to byť klamár).

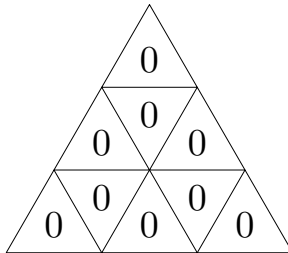
Ukážte, že na turnaji je aspoň jeden pravdovravec, ktorý nehraje HotBox, a aspoň jeden klamár, ktorý nehraje discgolf. Zistite, či všetci pravdovravci tvoria jeden tím, a toto svoje zdôvodnenie vysvetlite.

Úloha 5

Nedávno si si zmenil číslo svojho dresu. Toto číslo n má po delení 3 zvyšok 2. Ukáž, že potom existuje prvočíslo p , ktoré delí n a tiež má po delení 3 zvyšok 2.

Úloha 6

Po dlhom dni plnom zápasov sa Marco rozhodol, že si zahrá hru. Nakreslil si rovnostranný trojuholník, ktorý rozdelil na 9 menších trojuholníkov. V každom malom trojuholníku je napísané číslo 0. Hra spočíva v tom, že Marco si v každom ťahu vyberie 2 trojuholníky, ktoré majú spoločnú stranu, a pričíta alebo odčíta rovnaké celé číslo od oboch čísel, ktoré sú v trojuholníkoch napísané. Po nejakom čase si uvedomí, že čísla napísané na 9 trojuholníkoch sú v nejakom poradí $n, n + 1, \dots, n + 8$, kde n je nezáporné celé číslo. Ukážte, že hodnota n môže byť len 0 alebo 2 (nemusíte ukazovať, že to pre tieto hodnoty môže nastať).



Autori úloh: Viktória Brezinová, Jakub Genčí, Martin Masrna, Martin Mihálik, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Žaneta Semanišínová, Martin Števko



- Názov:** MATIK – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 1 • September 2020 • Zimný semester 34. ročníka
- Internet:** matik.strom.sk
- E-mail:** matik@strom.sk
- Riešenia:** Prijímame poštou, na webe a v prípade poruchy na riesenia@strom.sk
- Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.



Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje