

KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

# MATIK

ČÍSLO 3 – ROČNÍK 31

[matik.strom.sk](http://matik.strom.sk)



## Ahojte!

Vážení a milí, posledné body tejto série sú rozdané a je rozhodnuté! Niekoľko z vás sa môže tešiť na úžasné sústredenie plné zábavy a srandy, na ktorom sa dokonca môžete aj niečo nové naučiť, a čo je dôležité, trvá celých 6 dní a je počas školy! A vy ostatní nezúfajte, ale berte to ako motiváciu do ďalšieho semestra, nech viete, že úlohy sa dajú vyrátať aj lepšie, a naozaj to nestojí veľa námahy a prináša to veľa ovocia! Tešíme sa na vás.

Vaši milovaní vedúci *MATIKa*

## Ako bolo

### *Lomihlav*

Dňa 1.12.2017 sa v Košiciach uskutočnil 16. ročník súťaže Lomihlav. Zúčastnilo sa 54 tímov z rôznych kútov Slovenska, prevažne však z východu. Po tom, ako si riešitelia 66 minút lámali hlavy nad úlohami, hlavolamami, ale aj hádankami, na nich čakala hra, kde mali šancu vyhrať sladké odmeny.

Po hre prišlo vyhodnotenie, kde sme sa plní očakávania dozvedeli, že prvé miesto si odnáša tím zo ZŠ Krosnianska 4 v Košiciach, druhé miesto obsadil tím z Cirkevnej základnej školy s materskou školou bl. Pavla Petra Gojdiča v Prešove a na treťom mieste skončil tím z Gymnázia Varšavská cesta v Žiline. 10 najlepších tímov si okrem sladkej odmeny odnieslo aj vecné ceny. Celé poradie a zadania si môžete pozrieť na našej stránke [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk) v sekcii Lomihlav.

Ďakujeme za účasť a tešíme sa na vás opäť o rok.

## Ako bude

### *Vianočný Maxiklub*

Aj vy si už hovoríte, že k tej pravej vianočnej atmosfére už chýba len popoludnie strávené s vašimi milovanými **STROM**istami? Tak prídte v piatok, 22.12.2017, na Vianočný Maxiklub! Všetkých nás (možno aj spolu s jedlom zadarmo) nájdete medzi 14.30 a 19.00 v miestnosti SJSP19 na PF UPJŠ, Jesenná 5, Košice. Určite neváhajte prísť a, samozrejme, aj doniesť niečo fajné :).

### *Sústredenie*

Termín tohtoročného zimného sústredenia je už známy. Sústredenie sa bude konať 11.2. – 16.2.2018 a bude to v UVZ Danišovce. Dúfame, že sa na to tešíte tak ako aj my, a že sa tam s vami uvidíme.

## Vzorové riešenia 2. série úloh zimného semestra

1

opravovali **Martin Masrna** a **Martin Šalagovič**

najkrajšie riešenie: Simona Dučaiová

95 riešení

### Zadanie

Ukážte, že medzi každou skupinou 8 prirodzených čísel, ktorej súčet je 20, je vždy nejaká skupina čísel, ktorej súčet je 4.

### Riešenie

Pri riešení využijeme dôkaz sporom. To znamená, že sa na úlohu pozrieme opačne a pokúsime sa nájsť 8 čísel so súčtom 20, medzi ktorými sa nenachádza žiadna skupina so súčtom 4. Pokiaľ sa nám podarí dokázať, že žiadna takáto skupina neexistuje, dokážeme tým, že veta zo zadania platí pre všetky skupiny ôsmich čísel so súčtom 20. Skupiny so súčtom 4 sú:  $1 + 1 + 1 + 1$ ,  $1 + 1 + 2$ ,  $1 + 3$ ,  $2 + 2$  a číslo 4. Povedzme, že z našich ôsmich čísel je aspoň jedno číslo 1. Potom už medzi číslami nemôže byť číslo 3 (aby nebola skupina  $1 + 3$ ) a ani číslo 4 (skupina 4).

Pokiaľ sa v skupine nachádza aj číslo 2, nemôže sa tam už nachádzať žiadne ďalšie číslo 1 (aby nebola skupina  $1 + 1 + 2$ ), ani žiadne ďalšie číslo 2 (skupina  $2 + 2$ ). Všetky zvyšné čísla budú mať teda hodnotu minimálne 5. To však znamená, že najnižší možný súčet čísel v skupine bude:  $1 + 2 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 33$ , čo nespĺňa podmienku zo zadania.

Povedzme, že v skupine sa žiadne číslo 2 nenachádza. V tomto prípade môže byť v skupine aj viac čísel 1 (ale maximálne 3, kvôli skupine  $1 + 1 + 1 + 1$ ). Všetky zvyšné čísla však musia byť opäť minimálne 5, a teda najnižší možný súčet čísel v skupine bude:  $1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 28$ , čo nespĺňa podmienku zo zadania.

Vidíme teda, že žiadna skupina obsahujúca číslo 1 podmienkam nevyhovuje. Povedzme teda, že skupina neobsahuje žiadne číslo 1. V tomto prípade môže obsahovať ľubovoľný počet čísel 3, ale maximálne jedno číslo 2 (kvôli skupine  $2 + 2$ ). A teda minimálny súčet čísel bude:  $2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 23$ , čo nevyhovuje podmienke zo zadania.

Ukázali sme teda, že za žiadnych okolností nevieme nájsť skupinu 8 čísel so súčtom 20, medzi ktorými sa nenachádza žiadna skupina so súčtom 4. Dôkaz sporom je teda hotový a tvrdenie zo zadania je dokázané.

### Komentár

Najčastejším problémom pri riešení tejto úlohy bola snaha dokázať tvrdenie vypisovaním všetkých možností. V tomto prípade bolo totiž možností naozaj veľa a väčšina z vás teda časť z nich unikla. Preto je vhodnejšie snažiť sa riešiť podobné úlohy logickým dôkazom.

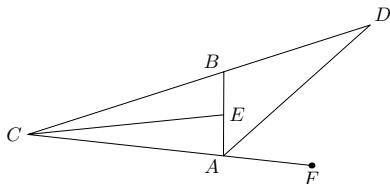
2

opravovali **Martin Vodička** a **Mimi Hanus**  
 najkrajšie riešenia: Karin Eštoková, Barbora Gbúrová

67 riešení

### Zadanie

Problém znel: Na obrázku je trojuholník  $ABC$ , v ktorom platí:  $|\sphericalangle ABC| = 72^\circ$  a  $|\sphericalangle CAB| = 84^\circ$ . Bod  $E$  leží na úsečke  $AB$  tak, že úsečka  $EC$  rozdeľuje uhol  $BCA$  na dva zhodné. Bod  $F$  leží na polpriamke  $CA$  za bodom  $A$ . Bod  $D$  leží na polpriamke  $CB$  tak, že  $DA$  rozdeľuje uhol  $BAF$  na zhodné uhly. Dokážte, že  $|AD| = |CE|$ .



### Riešenie

V riešení využijeme fakty, že súčet troch vnútorných uhlov trojuholníka alebo dvoch susedných uhlov je zásadne  $180^\circ$ . Tiež vieme, že os uhla rozdeľuje uhol na dva rovnaké uhly. Na základe týchto poznatkov môžeme jednoducho odvodiť nasledovné veľkosti uhlov:

$$\begin{aligned} |\sphericalangle ACB| &= 180^\circ - 84^\circ - 72^\circ = 24^\circ, \\ |\sphericalangle ACE| &= |\sphericalangle BCE| = \frac{24^\circ}{2} = 12^\circ, \\ |\sphericalangle AEC| &= 180^\circ - 84^\circ - 12^\circ = 84^\circ, \\ |\sphericalangle BAF| &= 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ, \\ |\sphericalangle BAD| &= |\sphericalangle DAF| = \frac{96^\circ}{2} = 48^\circ, \\ |\sphericalangle ABD| &= 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ, \\ |\sphericalangle ADB| &= 180^\circ - 108^\circ - 48^\circ = 24^\circ. \end{aligned}$$

Tu vidíme, že sme našli dva rovnoramenné trojuholníky –  $CAE$  so základňou  $AE$  (a uhlom pri nej  $84^\circ$ ) a  $CAD$  so základňou  $CD$  (uhlom pri nej  $24^\circ$ ). Ramená rovnoramenného trojuholníka sú zhodné, čiže  $|CA| = |CE|$  a  $|AC| = |AD|$ . Z týchto dvoch rovností zjavne  $|CE| = |AD|$ .

### Komentár

Úloha bola pre vás ľahká, o čom svedčí aj vysoký počet 9-bodových riešení. Do budúcnosti si dávajte pozor, aby ste nezabudli zdôvodniť, prečo nejaké uhly majú takú veľkosť, ako tvrdíte.

3

opravovali **Peter Kovács** a **Michal Masrna**  
najkrajšie riešenia: **Olívia Jánošíková** a **Miriam Horváthová**

107 riešení

### Zadanie

Kormidelník si obzeral svoj podiel z najnovšieho lupu. Jeho súčasťou boli aj štyri strieborné mince neznámej meny: jednokoruna, dvojkoruna, trojkoruna a päťkoruna. Kormidelník očakával, že budú vážiť po poradí 1, 2, 3 a 5 gramov. Od svojich druhov sa však dozvedel, že hmotnosť jednej z nich sa o niečo líši od predpokladanej hmotnosti, hoci ostatné zodpovedajú presne. Ako má kormidelník zistiť pomocou rovnoarmenných váh bez závaží, ktorá minca nemá predpovedanú hmotnosť? Na miskách váh sa môžu objaviť iba zmienené mince a kormidelník má z každej hodnoty práve jeden spomínaný kus. Do riešenia napíšte postup, ako má kormidelník vážiť, aby to s istotou zistil.

### Riešenie

Jediné váženia, ktoré kormidelníkovi určite poskytnú nejakú informáciu, sú také, keď ľavá a pravá strana by sa podľa predpokladu mali rovnať. Kormidelník teda bude postupovať takto:

Najprv položí na ľavú stranu váh jednokorunu a dvojkorunu, na druhú stranu trojkorunu. Môžu nastať dva prípady. Buď váhy ostanú v rovnováhe, potom všetky mince na váhe majú predpokladanú hmotnosť, z čoho vyplýva, že hmotnosťou sa od predpokladu líši päťkoruna. V tomto prípade kormidelník ukončí meranie. V opačnom prípade, ak váhy v rovnováhe nebudú, vieme, že minca, ktorá má inú ako predpokladanú hmotnosť, je na váhach, a teda päťkoruna má určite predpokladanú hmotnosť. Potom kormidelník pristúpi k druhému meraniu. Na ľavú stranu položí dvojkorunu a trojkorunu a na pravú stranu položí päťkorunu. Opäť môžu nastať dva prípady. Buď sú váhy v rovnováhe, v tomto prípade vie kormidelník hneď povedať, že hľadaná minca je jednokoruna, a ukončiť svoje meranie. Druhá možnosť je, že váha v rovnováhe nebude, a teda nejaká z mincí na váhe sa hmotnosťou líši od predpokladu. Z prvého merania však vieme, že päťkoruna to nie je, a teda to musí byť dvojkoruna alebo trojkoruna. Z tohto merania však kormidelník vie získať ešte jednu informáciu, a to to, či hľadaná minca je ľahšia, alebo ťažšia ako jej predpokladaná hodnota. Keďže obe mince, ktoré ešte pripadajú do úvahy (dvojkoruna a trojkoruna), sú na tej istej strane váh, tak podľa toho, či táto strana je ľahšia, alebo ťažšia ako päťkoruna, vieme povedať, či hľadaná minca je ľahšia, alebo ťažšia, ako by mala byť. Keď už kormidelník má túto informáciu, spomenie si na prvé meranie. Už vie, že jednokoruna naozaj váži 1 g a tiež, či hľadaná minca je ľahšia, alebo ťažšia, ako má byť. A teda váha sa musela nakloniť buď na ľavú, alebo na pravú stranu. A keďže dvojkoruna a trojkoruna sú na rozdielnych stranách, iba jedna z nich môže byť ľahšia (prípadne ťažšia, podľa toho, čo kormidelník zistil v druhom meraní), a teda kormidelník bude určite vedieť rozhodnúť, ktorá minca sa hmotnosťou líši od predpokladu.

Ak v druhom meraní zistil, že hľadaná minca je ťažšia, ako má byť a teraz sa váhy preklopili na stranu s dvojkorunou (teda táto strana je ťažšia), hľadaná minca je dvojkoruna. Naopak, ak sa preklopili na stranu, kde je trojkoruna, hľadaná minca je trojkoruna. Rovnako, ak zistil, že hľadaná minca je ľahšia, a váhy sa preklopili na stranu s trojkorunou, hľadaná minca je dvojkoruna a naopak, ak sa preklopili na stranu s dvojkorunou, hľadaná minca je trojkoruna.

### Komentár

Väčšine z vás sa úlohu podarilo vyriešiť správne. Niektorí dospeli len k tomu, že vedeli rozhodnúť o pravosti jednoruny a päťkoruny, no o zvyšných minciach nevedeli povedať nič. Pár riešiteľov si myslelo, že niečo dosiahne porovnávaním strán, ktoré nemajú ani predpokladanú hmotnosť rovnakú. To nám však dá len veľmi malú, nepostačujúcu informáciu.

4

opravovali **Kristín Mišlanová** a **Timea Szöllősová**

najkrajšie riešenie: Erik Novák

51 riešení

### Zadanie

Súčin piatich prvočísel je šesticiferné číslo v tvare  $\overline{ABCABC}$ , kde  $A$ ,  $B$  a  $C$  sú cifry (napríklad číslo 123123 je v takomto tvare). Zistite hodnotu  $A$ ,  $B$  a  $C$ , ak viete, že jedno z týchto piatich prvočísel je 491. Nájdite všetky možnosti a odôvodnite, že iné neexistujú.

### Riešenie

Začneme tým, že  $\overline{ABCABC}$  si zapíšeme ako

$$\begin{aligned} A \cdot 100000 + B \cdot 10000 + C \cdot 1000 + A \cdot 100 + B \cdot 10 + C \cdot 1, \\ A \cdot 100100 + B \cdot 10010 + C \cdot 1001, \\ 1001 \cdot (100A + 10B + C). \end{aligned}$$

Z toho vyplýva, že  $\overline{ABCABC}$  musí byť deliteľné 1001. Rozložme si to na prvočísla, aby sme vedeli, koľko prvočísel ešte musíme nájsť, respektíve či má táto úloha vôbec nejaké riešenie. Získame:

$$1001 = 11 \cdot 7 \cdot 13.$$

To sú 3 prvočísla, a keď pridáme aj 491, tak máme štyri prvočísla zo zadania, a to znamená, že nám ešte jedno chýba. Najskôr si ale vyčíslime  $491 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 13 = 491491$ . Vidíme, že už teraz má toto číslo 6 cifier. Na to, aby sa z neho nestalo po vynásobení posledným hľadaným prvočíslom sedemciferné číslo, ho začneme násobiť najmenšími prvočíslami. Ak ho vynásobíme 2, dostaneme 982982, ak ho však vynásobíme ďalším prvočíslom, dostaneme už sedemciferné číslo (1474473). Čiže jediná možnosť, aké môžu byť tieto prvočísla, je 2, 7, 11, 13, 491, a teda  $A = 9$ ,  $B = 8$ ,  $C = 2$ .

## Komentár

Kľúčovou časťou riešenia bol práve prepis do tvaru  $1001 \cdot (100A + 10B + C)$ , a preto odporúčame si tento postup, ako sme ho získali, zapamätať, pretože je v úlohách často užitočný (: Väčšina, ktorá sa k nemu dopracovala, už zvládla úlohu vyriešiť na 9 bodov. Naopak, ostatní, ktorí sa snažili nejako skúšať možnosti, ich väčšinou neprešli všetky, a teda získali značne menej bodov): A posledný fakt na záver: aj keď sa to tak môže zdať, tak 1 skutočne nie je prvočíslo!

5

opravoval **Matúš Hlaváčik**

najkrajšie riešenia: Adam Garafa, Matej Šoltés

81 riešení

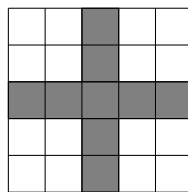
## Zadanie

Kapitán a dôstojník hrajú hru na plániku  $5 \times 5$  (kapitán začína). V ťahoch sa striedajú, pričom kapitán vo svojom ťahu vyfarbí jednotkový štvorček (svojou farbou) a dôstojník vyfarbí  $3 \times 1$  obdĺžnik (svojou farbou). Už zafarbené políčka sa nedajú farbiť znovu. Hra končí, keď dôstojník už nevie urobiť ťah – zvyšné nevyfarbené políčka vtedy zafarbí kapitán. Vyhráva ten z nich, ktorý má na konci hry viac políčok vyfarbených svojou farbou. Rozhodnite, či existuje pre niektorého z nich výherná stratégia.

(Výhernou stratégiou rozumieme návod, ako má hráč hrať, aby vždy vyhral, nech ten druhý hrá akokoľvek.)

## Riešenie

Úlohy tohto typu na začiatku riešime hraním a skúšaním. Po chvíľke skúšania si môžeme uvedomiť, že bez ohľadu na to, ako by dôstojník hral, tak pri jeho ťahu vždy zafarbí aspoň jeden zo štvorčekov, ktoré tvoria stredný kríž (ako vidíme na obrázku). Je to zrejmé z toho, že ak by nechcel použiť tieto políčka, tak by sa mu jeho obdĺžnik  $3 \times 1$  nezmestil, keďže tam ostali len štvorčeky  $2 \times 2$ .



Hra končí v momente, keď už dôstojník nemá možnosť urobiť ťah, a vtedy kapitán zafarbí všetky zvyšné políčka na svoju farbu. Políčok je dokopy 25, a teda na výhru je potrebné dosiahnuť viac ako 12 políčok svojej farby. Aby mohol vyhrať dôstojník, tak musí preto potiahnuť 5-krát (4 ťahmi by totiž zafarbil len 12 políčok, čo nestačí). Kapitán preto vyhráva, ak v tom dôstojníkovi zabráni (nedovolí mu urobiť viac ako 4 ťahy).

Šedých políčok je 9 a vieme, že dôstojník v každom svojom ťahu aspoň jedno z nich zafarbí. Z týchto znalostí nám vyplýva aj výherná stratégia pre kapitána. Tá spočíva v tom, že bude vo svojich ťahoch zafarbovať taktiež len políčka v tomto strednom kríži.

Teraz je ešte potrebné si uvedomiť, či je táto stratégia naozaj výherná (kapitán vždy, bez ohľadu na dôstojníkov ťahy, vyhrá):

- Začína kapitán, zafarbí jedno zo šedých políčok (zostáva ich 8). Potom ide dôstojník. On taktiež zafarbí aspoň jedno zo šedých políčok (to sme si už zdôvodnili) – zostáva ich najviac 7.
- Po druhom kole kapitán znovu zafarbí jedno šedé políčko a dôstojník taktiež zafarbí aspoň jedno – zostáva najviac 5 šedých políčok.
- Po treťom kole zostáva zase aspoň o 2 políčka menej – zostávajú najviac 3 nevyfarbené políčka zo šedého kríža.
- Po štvrtom ťahu zostáva najviac jedno nezafarbené šedé políčko.
- V piatom kole zase začína kapitán. Ten zafarbí posledné šedé políčko a hra tým končí, pretože dôstojník už nemá kde urobiť ťah.

Vieme, že dôstojník pri tejto kapitánovej stratégii pôjde najviac 4-krát, čo znamená, že zafarbí najviac 12 políčok na svoju farbu. Ostatných aspoň 13 políčok bude mať kapitánovu farbu, a teda kapitán sa stáva víťazom (bez ohľadu na to, ako dôstojník hral). Víťazná stratégia existuje pre kapitána a je to napríklad táto vyššie popísaná.

### Komentár

Mnohí z vás prišli na to, kto zvyčajne vyhráva, aj na to, že kapitán musí *nejak* blokovať dôstojníka. Potom však nastal problém, pretože mnohí z vás nevysvetlili, ako presne má kapitán postupovať a ešte viacerí ste v riešení nevysvetlili, prečo je táto vaša stratégia naozaj výherná. Preto si do budúcnosti pamätajte, že nie je potrebné len nájsť „systém“, ako hrať, ale ho aj presne popísať a vysvetliť, že či, a naozaj **vždy** funguje (nie len v prípade, keď ste si to skúšali hrať proti niekomu, kto nepoznal až tak dobre pravidlá, či tú vašu konkrétnu stratégiu).

6

opravovali **Filip Csonka, Samo Krajčí a Martin Števkó** • 67 rieš.  
najkrajšie riešenie: Matúš Masrna

### Zadanie

Šibenica mala pôdorys v tvare lichobežníka  $ABCD$  so základňami  $AB$  a  $CD$  (ktoré sú rovnobežné), pričom uhlopriečky  $AC$  a  $BD$  sú na seba kolmé. Ďalej uhly  $BAC$  a  $BDC$  boli zhodné. Aritmetický priemer dĺžok základní lichobežníka bol rovný 8. Aký bol obsah celého lichobežníka  $ABCD$ ?  
(Aritmetický priemer dĺžok dvoch strán je ich súčet predelený dvomi.)

### Riešenie

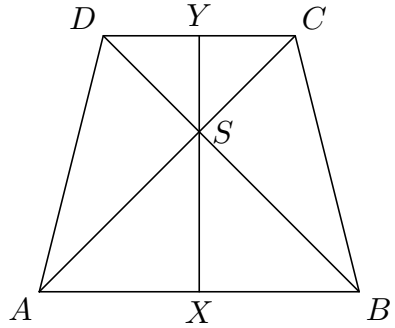
Vieme, že obsah lichobežníka sa počíta ako súčet oboch základní krát jeho výška deleno dvomi. Keďže my vieme, že priemer základní je 8, tak ich súčet bude  $2 \cdot 8$ , teda 16, a obsah bude teda  $v \cdot 16/2$ , čo je  $v \cdot 8$ . Takže nám treba zistiť výšku lichobežníka.



Dvojice uhlov  $BAC$ ,  $ACD$  a  $CDB$ ,  $ABD$  sú striedavé a navyše zo zadania vieme, že uhly  $BAC$  a  $BDC$  sú rovnaké. Z toho vyplýva, že uhly  $BAC$ ,  $ACD$ ,  $CDB$  a  $ABD$  sú rovnaké. Označme si  $S$  priesečník uhlopriečok. Uhol  $ASB$  v trojuholníku  $ASB$  je zo zadania pravý, teda uhly  $SAB$  a  $SBA$  sú  $45^\circ$ , keďže súčet uhlov v trojuholníku je  $180^\circ$ . Taktiež rovnako aj uhly  $SCD$  a  $SDC$  sú  $45^\circ$ .

Spravme si kolmicu na  $AB$  a  $CD$  prechádzajúcu bodom  $S$ . Tam, kde pretne úsečku  $AB$ , vyznačíme bod  $X$  a priesečník s  $CD$  označíme  $Y$ . Úsečka  $SX$  je potom výška trojuholníka  $ABS$  a  $SY$  je výška  $SCD$ . Keďže trojuholník  $ABS$  je rovnoramenný, tak jeho výška je zároveň aj jeho ťažnicou, takže  $X$  je stred strany  $AB$ . No a v trojuholníku  $ASX$  máme uhly  $90^\circ$  a  $45^\circ$ , teda zvyšný uhol  $ASX$  bude tiež  $45^\circ$  a trojuholník je rovnoramenný, čiže  $AX$  je rovnaké ako  $SX$ , teda  $|SX| = |AB|/2$ .

Analogicky aj v trojuholníku  $CDS$  ukážeme, že  $|SY| = |CD|/2$ , takže  $|SY| + |SX| = (|AB| + |CD|)/2$ , čiže  $|XY| = 16/2 = 8$ . No a  $XY$  je výška lichobežníka, takže už vieme vyrátať jeho obsah:  $8 \cdot 8 = 64$ .



### Komentár

Aj napriek tomu, že to je šiesta úloha, ste sa s ňou popasovali celkom dobre, o čom svedčí aj vysoké percento deväťbodových riešení. Tradične sa ale objavili aj takí, ktorí túto úlohu riešili rysovaním.

Rysovanie však nie je vhodný spôsob na riešenie geometrických úloh, nakoľko to je nepresné, a hlavne tým pokryjete iba jeden prípad – ten, ktorý si narysujete. V skutočnosti je tých prípadov väčšinou oveľa viac, často až nekonečne veľa (tak je tomu aj v tejto úlohe).

**Autori vzorových riešení:** Žaneta Semanišínová, Henrieta Michelová, Roman Staňo, Kristína Mišlanová, Peter Kovács, Jakub Genčí

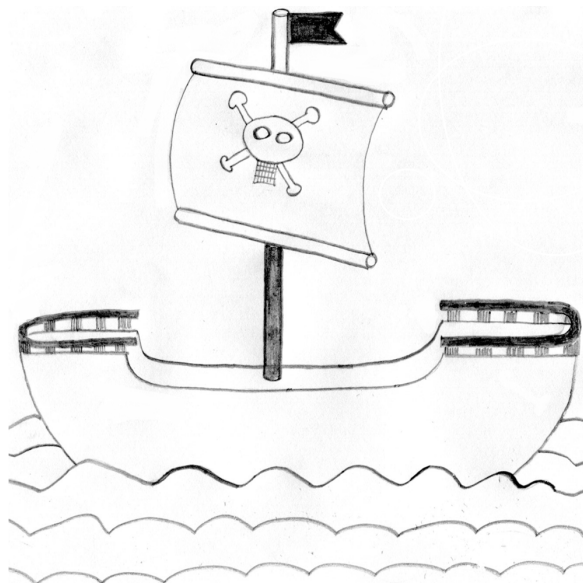
## *Konečné poradie zimného semestra 31. ročníka*

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 2.	Karin Eštoková	Z8	ZBeleKE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Samuel Osuský	Z7	ZDrJDMA	54	8	9	9	9	9	9	108
3. - 4.	Simona Gibalová	Z9	GAlejKE	54	8	9	9	9	9	9	107
	Adam Garafa	Z9	ZKro4KE	53	9	9	9	9	9	9	107
	Sara Gašparová	Z8	GABerSC	52	9	9	9	9	9	9	106
	6. Matúš Masrna	Z9	ZKro4KE	51	9	9	9	9	9	9	105
	7. Adela Horváthová	Z7	ZDnepKE	50	9	9	9	9	3	9	104
8. - 9.	Matej Šoltés	Z7	GTrebKE	49	9	9	9	9	9	9	103
	Sára Šoltészová	Z9	GAlejKE	51	9	9	9	9	7	9	103
10. - 11.	Radoslav Jochman	Z9	GAlejKE	49	9	9	6	9	9	9	100
	Erik Novák	Z9	ZKro4KE	46	9	9	9	9	9	9	100
12. - 13.	Tomáš Gaja	Z7	ZKro4KE	48	6	9	9	9	-	9	99
	Miriam Horváthová	Z8	ZKomeMI	47	9	9	9	9	8	3	99
14. - 15.	Oskar Hritz	Z8	ZPoliKE	46	4	9	9	9	8	9	98
	Matej Kundrík	Z7	ZKro4KE	46	7	9	9	9	1	9	98
	16. Samuel Koribanič	Z9	ZJSveHE	49	3	9	9	9	9	9	97
	17. Natália Brezinová	Z8	ZBrusKE	40	9	9	9	9	9	9	94
	18. Martin Kliment	Z9	GJAKoKE	44	9	9	9	7	6	9	93
	19. Lenka Borovská	Z7	GsvESKE	49	6	9	9	9	-	1	92
	20. Štefan Vašak	Z8	ZKe30KE	37	9	9	9	9	9	9	91
	21. Eliška Kaločová	Z8	GVarsZA	35	9	9	9	9	9	9	89
	22. Adam Čabrák	Z9	ZKro4KE	32	9	9	9	9	9	9	86
23. - 24.	Adriana Ňaňková	Z7	ZZaVoSL	36	0	9	9	9	3	9	84
	Zuzana Kudláčová	Z8	GAlejKE	45	4	9	9	9	1	4	84
	25. Simona Dučaiová	Z9	ZTomaKE	42	9	9	9	4	6	4	83
26. - 27.	Olívia Jánošíková	Z7	ZKro4KE	37	9	9	9	5	2	2	80
	Branislav Ječim	Z7	ZOKožSN	39	9	9	9	2	3	-	80
	28. Martin Kopčány	Z8	GJaChBR	37	9	2	9	9	9	3	79
	29. Eduard Fedorčuk	Z7	GJAKoKE	42	3	9	3	9	3	1	78
30. - 32.	Jakub Mičko	Z9	GAlejKE	44	6	9	9	-	-	8	76
	Maximilián Pándy	Z9	GZSMaKE	49	-	9	9	-	-	9	76
	Ondrej Ovčar	Z9	GAlejKE	41	9	9	9	-	-	8	76
	33. Samuel Kačenga	Z9	ZOKožSN	28	2	9	9	9	6	9	72
	34. Terézia Štanová	Z7	GJAKoKE	23	7	9	9	-	5	8	70
	35. Jakub Blišťan	Z7	GAlejKE	32	3	9	9	2	3	-	67
	36. Ľubomír Vargovčík	Z8	ZKe30KE	23	4	9	9	9	8	1	66
	37. Ján Brajerčík	Z7	ZŠmerPO	30	6	-	9	4	3	3	64
	38. Patrícia Gondášová	Z7	ZMRSLC	22	7	9	9	3	-	-	59
	39. Tadeáš Bujdosó	Z7	KSSsMPO	19	0	9	9	3	1	8	58
	40. Patrik Sremanák	Z8	ZKro4KE	36	-	9	9	-	2	-	56
	41. Erik Jochman	Z7	GAlejKE	32	2	-	3	-	6	6	55
	42. Viktória Števková	Z7	ZMRSLC	20	9	9	3	3	-	-	53
43. - 44.	Martin Fedorko	Z9	ZŠmerPO	22	4	9	3	4	4	6	52
	Bianka Gurská	Z7	GAlejKE	22	5	-	1	9	6	0	52
45. - 46.	Jakub Komenda	Z7	ZFKraZC	50	-	-	-	-	-	-	50
	Margaréta Berecká	Z8	ZKro4KE	15	8	9	9	-	9	9	50
	47. Šimon Kirňák	Z7	ZOKožSN	16	9	-	8	-	7	-	49
	48. Klára Ištoková	Z9	GVMihSD	21	5	9	0	-	7	5	47

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
49.	Nikoleta Janotíková	Z8	ZKomeDK	19	2	9	9	1	0	4	<b>45</b>
50. - 51.	Petra Suchá	Z8	ZFKraZC	22	-	9	2	3	-	8	<b>44</b>
	Dominik Duša	Z9	ZDoSuca	17	9	9	9	-	-	-	<b>44</b>
52. - 53.	Katarína Sedláková	Z7	GAlejKE	19	-	9	3	3	-	-	<b>43</b>
	Adam Bednář	Z8	GJAKoKE	0	0	9	9	4	8	9	<b>43</b>
	Filip Baltovič	Z9	GAlejKE	42	-	-	-	-	-	-	<b>42</b>
	Matúš Mandzák	Z7	ZKro4KE	14	-	9	9	-	-	-	<b>41</b>
	Michaela Balčáková	Z7	KSSsMPO	19	-	9	-	-	1	2	<b>40</b>
	Tomáš Vysoký	Z7	ZKro4KE	17	-	-	9	-	-	4	<b>39</b>
	Barbara Michalíková	Z8	ZKro4KE	15	-	9	9	-	5	-	<b>38</b>
59. - 62.	Tereza Pažinová	Z7	ZKro4KE	27	0	-	5	-	-	-	<b>37</b>
	Ivan Marianek	Z7	ZP.JilZV	16	0	-	5	-	2	7	<b>37</b>
	Jakub Imrich	Z7	ZKro4KE	19	0	-	9	-	-	-	<b>37</b>
	Eva Hricová	Z7	ZMRSLC	13	-	9	3	3	-	-	<b>37</b>
	Karol Jakubčák	Z8	ZKro4KE	19	3	-	9	-	2	-	<b>33</b>
64. - 65.	Zoe Kolarčíková	Z7	ZStanKE	32	-	-	-	-	-	-	<b>32</b>
	Oszkár Urbán	Z9	GZSMaKE	22	0	9	-	-	-	1	<b>32</b>
	Tomáš Selep	Z9	GTVanSL	12	0	8	3	2	2	4	<b>31</b>
67. - 68.	Barbora Baltovičová	Z7	GAlejKE	29	-	-	-	-	-	-	<b>29</b>
	Matúš Chovanec	Z9	GTVanSL	9	0	9	3	2	2	4	<b>29</b>
	Lucia Zajacová	Z8	ZOKožSN	21	-	-	6	-	-	-	<b>27</b>
70. - 71.	Sophia Sabovčíková	Z8	ZKro4KE	10	0	4	9	0	2	1	<b>26</b>
	Richard Gerboc	Z8	ZŠtefHE	13	0	0	9	0	4	0	<b>26</b>
	Juliána Dovalová	Z8	ZOKožSN	19	-	-	1	-	5	-	<b>25</b>
73. - 74.	Lucia Simonidesová	Z8	ZBajkBA	24	-	-	-	-	-	-	<b>24</b>
	Michal Krivošík	Z9	GVMihSD	0	1	9	9	1	3	1	<b>24</b>
75. - 77.	Erika Gregová	Z8	GAlejKE	21	0	-	0	-	1	0	<b>22</b>
	Adam Harmanský	Z7	ZKro4KE	22	-	-	-	-	-	-	<b>22</b>
	Michal Chovančák	Z8	ZKro4KE	9	0	9	1	-	3	-	<b>22</b>
78. - 79.	Tomáš Hamrák	Z8	ZOKožSN	13	-	-	8	-	-	-	<b>21</b>
	Alena Závodníková	Z7	ZKro4KE	13	-	-	3	-	2	-	<b>21</b>
80. - 82.	Štefan Malik	Z8	ZPPGoPO	20	-	-	-	-	-	-	<b>20</b>
	Pavol Korol	Z9	ZKom6SV	11	-	-	9	-	-	-	<b>20</b>
	Matúš Vysoký	Z9	ZKro4KE	7	-	-	9	-	-	4	<b>20</b>
83. - 88.	Lukáš Kacvinský	Z7	ZSmerPO	19	-	-	-	-	-	-	<b>19</b>
	Martin Šima	Z7	ZSmerPO	19	-	-	-	-	-	-	<b>19</b>
	Boris Pasterňak	Z7	ZKro4KE	13	0	-	3	-	-	-	<b>19</b>
	Tereza Kostiviarová	Z7	ZTSNPBB	19	-	-	-	-	-	-	<b>19</b>
	Miroslav Chodúr	Z7	ZMRSLC	0	0	9	-	-	-	1	<b>19</b>
	Ján Petrus	Z7	ZPlavnica	0	0	-	9	-	1	-	<b>19</b>
89. - 90.	Matúš Bucher	Z9	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	<b>18</b>
	Ivonne Hančíkovská	Z7	ZKro4KE	7	0	5	-	1	-	-	<b>18</b>
91. - 92.	Alžbeta Klimentová	Z7	ZLNovKE	17	-	-	-	-	-	-	<b>17</b>
	Oliver Demjan	Z8	ZKro4KE	4	-	-	9	-	4	-	<b>17</b>
93. - 95.	Fabián Novotný	Z8	GZsvMPO	4	-	8	-	-	2	2	<b>16</b>
	Barbara Birošová	Z8	ZOKožSN	15	-	-	1	-	-	-	<b>16</b>
	Tomáš Demčák	Z8	ZJuhVnT	0	-	-	9	1	2	4	<b>16</b>
96. - 99.	Pavol, Alexander Komloš	Z6	ZKro4KE	7	2	-	3	-	-	-	<b>15</b>
	Veronika Nemjová	Z8	GAlejKE	15	-	-	-	-	-	-	<b>15</b>
	Patrik Kiss	Z7	GPJSaRV	9	0	-	3	-	0	-	<b>15</b>

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
	Martin Paulenda	Z9	ZPJilZV	12	0	-	3	-	-	-	15
	Veronika Cipková	Z6	ZKro4KE	14	-	-	-	-	-	-	14
101. - 105.	Michal Choma	Z8	ZGrunKK	12	-	-	-	-	-	-	12
	Alexandra Spišáková	Z7	ZStanKE	12	-	-	-	-	-	-	12
	Andrea Šterovská	Z9	ZGHaiLE	12	-	-	-	-	-	-	12
	Barbora Gbúrová	Z8	ZKro4KE	0	-	9	3	-	-	-	12
	Michal Švec	Z8	ZPJilZV	0	-	-	9	-	3	-	12
106.	Kristína Melicherová	Z8	ZKro4KE	8	-	-	3	-	-	-	11
107. - 109.	Matej Čorba	Z9	ZBudimir	1	0	-	9	-	0	-	10
	Daniela Hágovská	Z9	ZOKožSN	4	0	-	1	-	5	-	10
	Patrik Dvorský	Z9	ZOKožSN	2	-	4	3	-	-	1	10
110. - 114.	Lukáš Mikulec	Z9	GABerSC	9	-	-	-	-	-	-	9
	Martin Gubik	Z8	ZKro4KE	0	0	-	9	-	-	-	9
	Adam Varinský	Z8	ZKro4KE	0	-	-	9	-	-	-	9
	Sebastián Bartko	Z8	ZDruzKE	9	-	-	-	-	-	-	9
	Martina Hesková	Z7	ZPJilZV	5	0	-	-	-	2	-	9
115. - 118.	Martin Bodžoň	Z9	ZGrunKK	8	-	-	-	-	-	-	8
	Juraj Šuhaj	Z7	ZKro4KE	2	-	-	0	0	3	-	8
	Nikolas Rybovič	Z7	ZPlavnica	3	0	-	2	-	-	1	8
	Pavol Liščinský	Z8	ZKro4KE	5	0	-	-	-	3	-	8
119. - 123.	Filip Šašala	Z8	ZKro4KE	1	0	-	3	-	3	-	7
	Alexandra Mistríková	Z9	ZOKožSN	2	0	-	1	-	4	0	7
	Pavol Székely	Z7	ZPlavnica	3	0	-	0	-	2	-	7
	Tomáš Žalobín	Z8	ZDruzKE	7	-	-	-	-	-	-	7
	Richard Sobek	Z8	ZKro4KE	3	-	-	-	-	4	0	7
124. - 132.	Peter Rudišín	Z8	ZJSveHE	6	-	-	-	-	-	-	6
	Goran Matejovič	Z7	ZKro4KE	6	-	-	0	-	0	-	6
	Dalibor Batěk	Z9	GABerSC	6	0	-	-	-	-	-	6
	Jakub Škurla	Z9	ZPJilZV	1	0	1	3	-	-	1	6
	Tran Vy	Z7	ZStarKE	6	-	-	-	-	-	-	6
	Miloš Neuvirth	Z9	ZOKožSN	6	-	-	-	-	-	-	6
	Alica Kvasňáková	Z7	ZOKožSN	2	0	-	2	-	-	-	6
	Natália Drottnerová	Z8	ZPJilZV	0	0	-	6	-	-	-	6
	Nina Ratkovská	Z9	ZOKožSN	0	0	6	0	-	-	-	6
133. - 135.	Petra Chomová	Z7	ZKro4KE	3	0	-	-	-	1	-	5
	Terézia Husovská	Z7	KSSsMPO	5	-	-	-	-	-	-	5
	Viktor Barbušáček	Z8	ZOKožSN	5	0	-	-	-	-	-	5
136. - 143.	Michal Dvořáček	Z5	ZKro4KE	2	0	-	0	-	1	-	4
	Ema Mišeková	Z9	ZStanKE	4	-	-	-	-	-	-	4
	Kristián Böhner	Z8	ZGHaiLE	4	-	-	-	-	-	-	4
	Natália Hopponová	Z7	ZStanKE	4	-	-	-	-	-	-	4
	Adam Kvasňák	Z8	ZOKožSN	3	0	-	-	-	1	-	4
	Matej Slejzák	Z9	ZGHaiLE	1	-	-	3	-	-	0	4
	Elena Hanusová	Z8	ZKro4KE	0	0	-	1	-	3	0	4
	Nikolas Hamarik	Z8	ZPJilZV	0	-	-	3	-	-	1	4
144. - 152.	Eliška Forgáčová	Z7	ZFKraZC	3	-	-	-	-	-	-	3
	Silvia Čobanová	Z7	ZKro4KE	3	-	-	-	-	-	-	3
	Branislav Knap	Z8	ZKro4KE	3	0	-	0	-	-	-	3
	Tamara Botová	Z8	ZDruzKE	3	-	-	-	-	-	-	3

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
	Michaela Maximová	Z7	ZGHaiLE	0	1	-	-	-	1	-	3
	Alena Nencová	Z8	ZGHaiLE	3	-	-	-	-	-	-	3
	Tadeáš Kaminský	Z9	GAlejKE	3	-	-	-	-	-	-	3
	Tomáš Hasaj	Z8	ZOKožSN	3	0	-	-	-	-	-	3
	Dávid Kepič	Z6	GAlejKE	0	1	-	1	-	0	0	3
153. - 164.	Boris Kacvinský	Z7	SMLadPP	2	-	-	-	-	-	-	2
	Peter Lukáč	Z8	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	-	2
	Michael Magyar	Z7	GTrebKE	2	-	-	-	-	-	-	2
	Kristína Kriváková	Z9	ZOKožSN	2	-	-	-	-	-	-	2
	Nikolas Matyi	Z8	ZJHroRV	2	-	-	-	-	-	-	2
	Viktor Ružinský	Z7	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	-	2
	Šimon Silicai	Z8	ZJHroRV	2	-	-	-	-	-	-	2
	Blanka Michalíková	Z8	ZJHroRV	0	-	1	-	-	1	-	2
	Radka Miškovičová	Z7	ZStanKE	2	-	-	-	-	-	-	2
	Maximilian Bak	Z7	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	-	2
	Šimon Basista	Z7	ZGHaiLE	2	-	-	-	-	-	-	2
	Rachel Vydrocká	Z8	ZJHroRV	2	0	-	0	-	-	0	2
165. - 180.	Viktória Jančová	Z8	ZKokava	1	-	-	-	-	-	-	1
	Diana Baňáčkai	Z8	ZKro4KE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Klára Jurčíková	Z8	ZGHaiLE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Tereza Lazarová	Z8	ZGHaiLE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Mandy Richnavská	Z8	ZJHroRV	1	-	-	-	-	-	-	1
	Sabina Vencelová	Z9	ZOKožSN	1	-	-	-	-	-	-	1
	Pavol Dvorčák	Z8	ZGHaiLE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Ema Dvorčáková	Z8	ZGHaiLE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Adam Németh	Z8	ZJHroRV	1	-	-	-	-	-	-	1
	Patrik Minčík	Z8	ZJHroRV	1	-	-	-	-	-	-	1
	Oliver Hošík	Z8	ZOKožSN	1	-	-	-	-	0	-	1
	Adam Harčár	Z9	ZBudimir	1	-	-	-	-	-	-	1
	Ján Leibiczer	Z8	ZOKožSN	1	-	-	-	-	-	-	1
	Adam Vernarský	Z8	ZGHaiLE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Júlia Bonková	Z8	ZGHaiLE	1	-	-	-	-	-	-	1
	Luboš Bucher	Z8	ZKro4KE	0	-	-	-	-	1	-	1
181. - 194.	Filip Ficka	Z8	ZMRS LC	0	-	-	-	-	-	-	0
	Romana Suchá	Z7	ZStanKE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Viliam Valent	Z7	ZGHaiLE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Alexander Pirší	Z8	ZGHaiLE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Nikolas Šimonič	Z7	ZGHaiLE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Sára Škovírková	Z7	ZGHaiLE	0	0	-	-	-	0	-	0
	Juraj Varecha	Z7	ZGHaiLE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Klára Kereskényiová	Z8	ZJHroRV	0	-	-	-	-	-	-	0
	Karin Kuchtová	Z8	ZJHroRV	0	-	-	-	-	-	-	0
	Dominika Sedmáková	Z7	ZStanKE	0	-	-	-	-	-	-	0
	Alex Oľšavský	Z6	GZsvMPO	0	-	-	-	-	-	-	0
	Tamara Šofranková	Z8	EZZOrRS	0	0	-	-	-	-	-	0
	Oliver Orosz	Z7	ZKro4KE	0	0	-	-	-	0	-	0
	Soňa Jeszeová	Z9	ZOKožSN	0	0	-	0	-	-	-	0



**Názov:** *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 3 • December 2017 • Zimný semester 31. ročníka

**Internet:** [matik.strom.sk](http://matik.strom.sk)

**E-mail:** [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk)

**Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,  
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice  
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.*