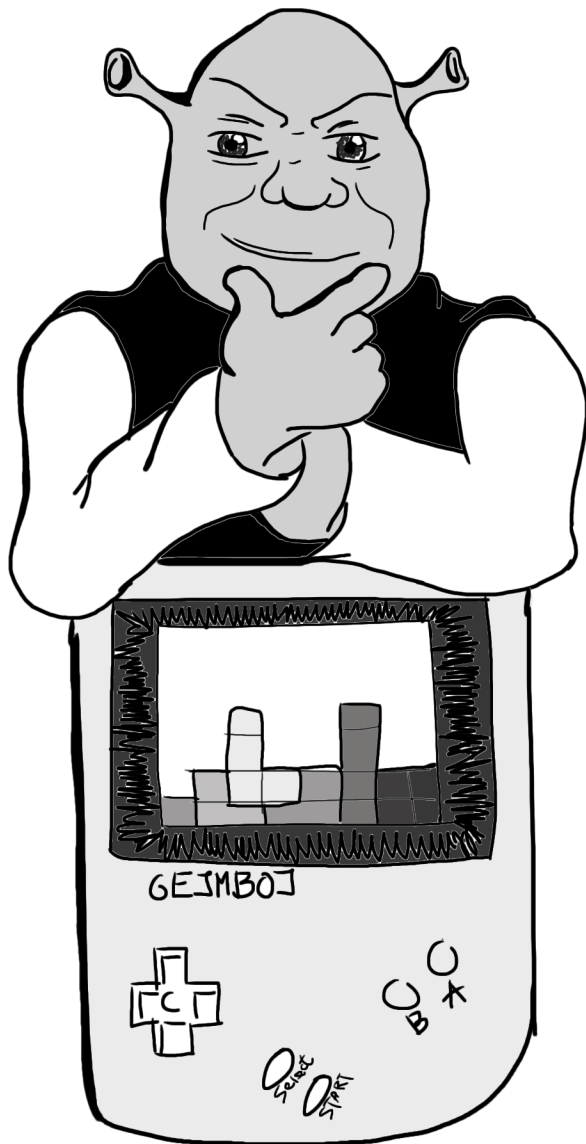


# MATIK

ČÍSLO 4 – ROČNÍK 30 — <https://matik.strom.sk>



## *Je to tu opäť!*

Dúfame, že vás koniec polroka a množstvo písomiek veľmi nevyštavili. Je tu totiž nový *MATIK* a s ním aj nové príklady a možnosť zabojovať o skvelý týždeň plný zábavy. Prajeme vám veľa šikovnosti a dobrých nápadov. Preto neváhajte a pustte sa do riešenia.

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

## *Ako bolo*

V dňoch 5.2. – 10.2.2017 sa v Juskovej Voli uskutočnilo zimné sústredenie Matika. Na týchto šesť dní sme sa presunuli do záhadného sveta a stali sa z nás morčatá. Najprv sme si postavili obrovskú loď, ktorá nás mala ochrániť pred potopou. Potom sme utekali a skryli sa pred požiarom, ktorý prišiel namiesto potopy. Nakoniec sme zistili, že za všetky tieto pohromy môžu bohovia, tak sme sa rozhodli, že si chceme vládnuť sami a začali sme bojovať proti nim. A tento boj sa nám podarilo dotiahnuť do úspešného konca.

Okrem toho sme sa výborne zabavili, zahráli si rôzne hry, zašportovali si a domov sme si odniesli veľa skvelých zážitkov a aj nových vedomostí z matematiky. Fotky si môžete pozrieť v galérii na našej stránke.

Už teraz sa tešíme na ďalšie sústredenie.

## *2% z daní*

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% v *MATIK*u využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispedia k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia <https://zduzenie.strom.sk/sk/zduzenie/2percenta/> a radi vám zodpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na [info@strom.sk](mailto:info@strom.sk). Ďakujeme!

## Pravidlá súťaže

### Priebeh

Korešpondenčný matematický seminár *MATIK*, organizovaný Univerzitou Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Prírodovedeckou fakultou a Združením STROM, je súťaž pre žiakov siedmeho až deviatego ročníka základných škôl, resp. sekundy až kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší (im však odporúčame korešpondenčný seminár *MALYNAR* – viac informácií o ňom nájdete na stránke <https://malynar.strom.sk>). *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej aj letnej časti dostaneš dve série po 6 úloh, ktoré vyjdú naraz v septembri a vo februári. Riešenia tých úloh, ktoré sa ti podarí vyriešiť, a tých, kde prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu alebo ich nahraj pod svojim profilom na našej webovej stránke. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia a poradie, dostaneš do školy, alebo ich nájdeš na našej webovej stránke. A ak sa posnažíš a skončíš medzi najlepšími, môžeš sa tešiť na 6-dňové sústredenie v peknom prostredí, nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Zúčastňujú sa ho riešitelia korešpondenčných sérií na základe poradia po korešpondenčných sériách danej časti ročníka. Sústredenia sa môžu zúčastniť aj úspešní riešitelia iných matematických súťaží organizovaných PF UPJŠ v Košiciach a Združením STROM, ak to kapacitné možnosti umožnia. *MATIK* je súťaž jednotlivcov a riadi sa organizačným poriadkom zaregistrovaným na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.

### Bodovanie

Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

**deviataci, kvarta:** všetky vyriešené úlohy

**ôsmaci, tercia:** päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

**siedmaci, sekunda:** päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh

Primáni, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

### Príklad

Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal  $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$  bodov, Jaro  $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$  bodov a Marcel  $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$  bodov. Jasně, nie?

### ***Ako písať riešenie***

Úlohy rieš samostatne, neodpisuj a nikomu ani nedávaj odpisovať, pretože za to **budeme strhávať body**. Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí. Tvoje riešenie musí obsahovať podrobný **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadaní opisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke **Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy**. Riešenia posielať na adresu:

**Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.**

Pod odosielateľa uveď výrazne „*MATIK*“.

Riešenia môžeš taktiež nahrávať pomocou účtu na našej webovej stránke <https://matik.strom.sk>. Všetky riešenia môžeš odovzdávať do 20:00. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odovzdania, či už budeš riešenia posielať poštou alebo nahrávať na našej stránke (za oneskorenie ti **budeme strhávať body**). V prípade, že na našej stránke nastanú nejaké problémy, tak je tu možnosť poslať nám riešenia aj na našu adresu [riesenia@strom.sk](mailto:riesenia@strom.sk) (riešenia budú prijaté a opravené len v prípade, že tvoj profil je kompletne vyplnený).

### ***Registrácia***

Pred odosielaním prvých príkladov sa nezabudni zaregistrovať na našej stránke, aby sme mali na teba nejaký kontakt. Registrácia na našej stránke funguje ako ekvivalent vyplnenia prihlášky do nášho semináru. Ak sa na našej stránke nezaregistruješ, tak sa môže stať, že o tebe nebudeme mať dostatok informácií. To môže dopadnúť napríklad tak, že ti nebudeme môcť poslať späť tvoje opravené úlohy alebo tvoje hodnotenia nebude možné zobrazit' v poradí. Dokonca sa môže stať, že ťa nebudeme môcť kontaktovať v prípade, že získaš možnosť sa zúčastniť sústreďenia.

### ***Webová stránka***

Ak máš nejaké otázky na nás alebo k zadaniam, tak neváhaj navštíviť naše webové stránky. Pri každom príklade je diskusia, ktorá slúži na to, aby si sa mohol opýtať na nejasnosti ohľadom zadaní. Ak ťa zaujíma niečo o našom seminári (či už tomto alebo o tom pre starších/mladších) alebo by si len chcel pokecať s kamarátmi či zorganizovať nejakú akciu, tak sa neboj a zapoj sa do debaty na našom webe. Ďalšia možnosť, ako nás kontaktovať, je mailom na adresu [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk).

## **Zadania 1. série úloh letného semestra**

Riešenia pošlite najneskôr do **20. marca 2017**

*Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na <https://matik.strom.sk>.*

Kde bolo, tam bolo, kde sa piesok lial a voda tiež, žil Shrek. Shrekovi sa však nepáči, keď ho niekto nazýva pravým menom, preto ho budeme vo zvyšku príbehu oslovovať Jožo. Jožo žije v útulnej drevenici, neďaleko malebnej dedinky Komjatice, spolu so svojimi trinástimi deťmi. Jedného dňa chcel poslať všetkých svojich synov do zmiešaného tovaru v Komjaticiach po kompóty. Zabudol však, koľko synov má, čo mu po večeroch nedávalo spávať. Rozhodol sa teda, že usadí deti za stôl, kde si zahrajú takúto hru:

### **Úloha 1**

*Trinásť detí sedí okolo okrúhleho stola. Chlapci sa rozhodnú, že budú stále klamať dievčatám a hovoriť pravdu chlapcom. Dievčatá sa rozhodnú, že budú stále klamať chlapcom a hovoriť pravdu dievčatám. Jedno z detí povie svojmu susedovi vpravo: „Väčšina z nás sú chlapci.“ Potom tento sused povie svojmu susedovi vpravo: „Väčšina z nás sú dievčatá.“ A takto sa budú výroky striedať ďalej, až kým posledné dieťa povie prvému: „Väčšina z nás sú chlapci.“ Koľko chlapcov je pri stole?*

Teraz, keď už Jožo mohol kludne spávať, sa chlapci vybrali na púť. Aj napriek tomu, že cesta viedla cez les a už sa stmievalo, Jožkovi synovia ju všetci dobre poznali, a tak mohli napredovať rýchlo. Na polceste sa rozhodli, že sa vyberú skratkou popri miestnej Komjatickej železnici, ktorú akurát brázdil rýchlik.

### **Úloha 2**

*Rýchlik mal 2476 vagónov, ktoré boli buď žlté, alebo čierne. Prvý vagón bol žltý. Deti si hneď všimli, že ak je nejaký vagón žltý, tak vagón 5 a 13 miest pred ním je žltý a aj vagón 5 a 13 miest za ním je žltý. Koľko čiernych vagónov mal vlak?*

„Wooow, to je rýchlosť!“ obzrel sa za vlakom najmladší zo synov. „Vidno, že technika skutočne išla dopredu.“ „To preto, lebo ten vlak je žltý. Nie je ako ostatné,“ odvrkol mu jeho starší brat. Ďalej už pokračovali potichu.

Bežný obyvateľ Komjatíc si to možno ani nikdy nevšimol, no okolie tohto mestečka je skutočne nádherné. Ihličnaté lesy, popretkávané zurčiacimi bystrinami, sa rozprestierali, kam oko dovidelo. Kde-tu vyčnievala mohutná skala, a kto by sa až veľmi, veľmi zapozeral, možno by zazrel aj nejakú tú divú zver, ak ju teda ešte neprešiel vlak. Vskutku nádherné...

Keď sa očarení všetkou tou krásou konečne vrátili domov, otec ich hneď bežal privítať vo dverách. To, aký pohľad sa mu naskytol, len ťažko predýchal. Chlapci mali v náručí 1000 kompótov, vraj boli radikálne zľavy. Tolko kompótov predsa nemôžu

zjest ani za dva roky! A navyše, všetky poličky v špajze boli nakrivo! Musel teda vymyslieť nejaký šikovný spôsob, ako ich uskladiť.

### Úloha 3

Každý z 1000 kompótov má na sebe iné prirodzené číslo od 1 do 1000. Jožo má k dispozícii 10 poličiek, na ktoré chce kompóty uložiť. Ako to má urobiť, aby pre všetky dvojice kompótov na jednej poličke platilo, že kompót s ich rozdielom sa na tej poličke nenachádza.

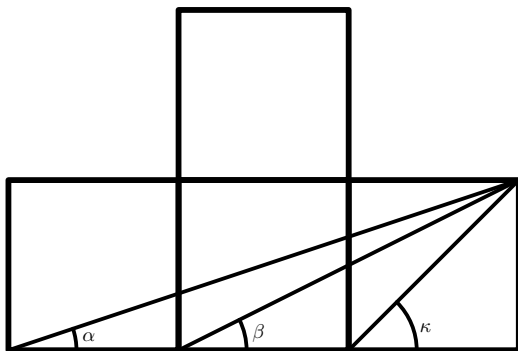
*BONUS (za sladkú odmenu): Vie to Jožo zvládnuť aj s menším počtom poličiek? Ak áno, tak s akým a ako?*

„Uf, to bola ale fuška!“ odfúkol si Jožo a pobral sa do obývačky. Každé poobedie totiž trávil hraním zábavných hier. Ani tento deň teda nebol iný. Pohodlne sa usadil na svojej sedačke a spod stola vybral prastarý gejmboj, viditeľne ohlodaný zubom času, a zapol Tetris.

V rodine Vajdovcov sa podávalo tajomstvo hry, vždy z otca na syna, už celé generácie. Jožo sa od otca túto stratégiu naučil už ako štrnásťročný. Uvedomoval si, že prišiel čas toto starobylé tajomstvo posunúť ďalej. Jeho synovia boli pripravení. Zavolať si ich teda k sebe na koberček a začal s vysvetľovaním. „Všetko je to o uhle pohľadu...“ začal Jožo a pred svojich synov vyložil jednoduchý obrázok.

### Úloha 4

Obrázok je zložený zo 4 zhodných štvorcov. Dokážte, že súčet veľkostí uhlov  $\alpha$  a  $\beta$  je rovný veľkosti uhla  $\kappa$ .



„Wooooow, veď to je geniálne. Na toto by som sám určite neprišiel!“ ostal na Joža s otvorenými ústami civieť jeden z jeho synov. Ostatní sa tvárili nemenej užasnuti. „Toto tajomstvo bolo v našej rodine podávané z generácie na generáciu. Nikomu ho neprežite!“ uskrnul sa Jožo. Chlapci sa len akoby omámení pozerali jeden po druhom. „Tak, ale počkať...“ prerušil ticho Svorad. „Veď v Komárne sa už o päť dní majú konať Majstrovstvá Nitrianskeho kraja v Tetrise! Čítal som, že tam dokonca

pozvali aj jeden tím z Maďarska.“ „Tam musíme ísť!“ zvolal Andrej, ktorý bol síce slepý, ale o to viac entuziazmu v sebe mal. „Pravda,“ súhlasil Jožo, „bude to pre vás skvelá príležitosť.“

Deti sa ihneď rozpáchli do svojich izieb a o pár minút boli všetci zbalení. „Maj sa otec. My si ideme po výhru.“ S týmito slovami sa deti rozlúčili a vybrali sa na vlak do Komárna, ktorý však nebol tak žltý, ako dúfali. Po hodinke cesty vystúpili na vlakovú stanicu a celí vyhladovaní sa okamžite vrhli na Komárňanský bufet. Ceny sa im na prvý pohľad zdali akési privysoké a nečitateľné, no istý okoloidúci im poradil, že ceny sú uvedené vo forintoch, a že pre viac informácií sa majú spýtať predavača.

### Úloha 5

*Predavač im povedal, že každé z použitých písmen predstavuje inú cifru (napríklad  $K$  by mohla byť 0). Tiež im povedal, že ceny troch jeho produktov, konkrétne  $\overline{ABACDE}$ ,  $\overline{CAFDG}$  a  $\overline{CHHBAED}$ , predstavujú dĺžky strán nejakého trojuholníka (môže existovať trojuholník, ktorého strany majú tieto dĺžky), pričom  $A$  a  $C$  sú rôzne od 0. Aké sú ceny týchto troch produktov?*

Našporené peniaze deťom, bohužiaľ, stačili len na šesť snickersov a tri vody. S čerstvo nakúpenými zásobami sa pobrali na miesto konania súťaže. Po chvíli blúdenia sa im podarilo nájsť tú správnu budovu a po vyplnení registračného formulára sa pobrali ku svojmu stolu. Ležal na ňom jediný gejmboj. „Toto je naša šanca!“ povzbudil Andrej svojich súrodencov, hoc on ten gejmboj, samozrejme, vidieť nemohol. No a takmer mal pravdu.

Pre deti to určite šanca bola, no stratégia, o ktorej im otec povedal, bola veľmi mizerná. Zabudol im asi totiž spomenúť, že ešte žiaden Vajda Tetrisovú súťaž nevyhral. To, že niečo nie je v poriadku, deti spozorovali veľmi skoro. „Veď tá stratégia je úplná hlúposť!“ rozhorčene vykrikol Svorad. „Musíme niečo vymyslieť!“

„Vyrobneme si vlastný gejmboj a naprogramujeme ho tak, aby sa s ním nedalo prehrať. Potom tie dva gejmboje vymeníme! A ja presne viem, ako má taký výherný gejmboj vyzerat.“

### Úloha 6

*S gejmbojom sa nedá prehrať práve vtedy, ak je tvar jeho displeja zložený z dvoch prelínajúcich sa rovnobežníkov  $ABCD$  a  $A EFG$ , pričom platí, že bod  $E$  je ľubovoľne umiestnený na strane  $BC$  a bod  $D$  je ľubovoľne umiestnený na strane  $GF$ . Aký je pomer obsahov týchto rovnobežníkov?*

„To je ale parádny gejmboj!“ radoval sa Svorad a aj jeho súrodenci patrične zdieľali jeho nadšenie. S takýmto kusom techniky mohli deti poľahky napraviť rodinnú povesť Vajdovcov.

## Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najneskôr do 2. mája 2017

Súrodencom to s novým gejmbojom išlo naozaj ako po masle. Vyhrali každý jeden zápas, až sa nakoniec mohli s hrdosťou postaviť na stupeň víťazov. Na tvári každého jedného z nich sa rozpínal úškrn. Pozerali sa jeden na druhého a s radosťou si preberali ceny.

V sále panoval všeobecný rozruch. V tom niekto skríkol: „To nie je možné! Tie deti sú predsa Vajdovci! Museli podvádzať!“ „Zoberte im ten gejmboj, určite je fejkový!“ ozval sa iný hlas. „Áno, áno, veď sa na neho len pozrite, vyzerá úplne inak ako ostatné, museli ich pri registrácii vymeniť.“

To bol pre deti koniec všetkej radosti. Do pár sekúnd sa pri nich zjavili muži v čiernom a odvedli ich do tmavej miestnosti na výsluch.

### Úloha 1

Vyšetrovatelia si vypočuli štyri deti. Polícia od svedkov vedela, že každé z detí bolo pri stole s gejmbojom práve raz. Pred výsluchom sa však deti dohodli, že vyšetrovateľom budú stále klamať. Každý uviedol dve výpovede:

- Svorad: „Nikto z nás štyroch gejmboj nevymenil. Keď som odišiel, lebo mi bolo treba na záchod, gejmboj bol ešte pravý.“
- Andrej: „Ja som ku stolu prišiel ako druhý. Keď som prišiel, gejmboj bol už vymenený.“
- Marienka: „Ja som ku stolu prišla ako tretia. Keď som prišla, gejmboj ešte nebol vymenený.“
- Jozefína: „Ten, kto gejmboj vymenil, neprišiel po mne. Keď som prišla, gejmboj už bol vymenený.“

Ktoré z detí vymenilo gejmboj?

„Tak to mi mohlo hneď napadnúť, že to budeš práve ty,“ zasmial sa podivný muž v čiernom a odišiel z miestnosti, kde boli štyri deti vypočúvané. Dvere za sebou starostlivo zamkol. Spoza steny bolo počuť akurát tak tlmené hlasy rozprávajúcich sa mužov. Síce im nebolo rozumieť, no zo situácie bolo jasné, že deti nečaká nič dobré.

„No do paroma...Čo teraz?“ prerušil ticho Svorad. „Musíme sa nejako dostať von, a to rýchlo!“ odpovedala na rečnícku otázku Jozefína. V miestnosti bolo len jedno maličké štvorcové okienko zložené z deviatich samostatných sklenených tabúl. „Tak počkať, nesmieme na seba predsa upútať pozornosť. Poďme na to teda inteligentne. Možno ak si jednotlivé tabule adekvátne očísľujeme, budeme vedieť v akom poradí ich povyberať, aby sa celé okienko nerozbilo.“



## Úloha 2

Tabuľka  $3 \times 3$  štvorcov je vyplnená číslami od 1 do 9, každým práve raz. V strede každého štvorca  $2 \times 2$  je kruh a v ňom je napísaný aritmetický priemer čísel v štvorci. Ako treba rozostaviť čísla do tabuľky, aby bol aritmetický priemer čísel z kruhov najväčší možný?

Len čo si deti konečne každé sklíčko očíslovali, ozvalo sa tiché klopanie na okno a na veľké prekvapenie štyroch detí, boli za ním ich súrodenci. „Skvelé, že ste tu!“ skríkla Marienka, „za chvíľu sme pri vás.“ Zrazu sa okienko s hlasným tresknutím rozletelo na tisíc maličkých častí. Všetko úsilie o nenápadný útek im bolo zrazu úplne na nič. „No, čo tak pozeráte, nemáme času nazvyš. Pohnite kostrou a vylezte von!“ Spozna dverí už bolo počuť krik a dupot ťažkých krokov. „Padáme!“ skríkol Svorad a začal sa pchať cez úzky priechod von.

Dvere sa rozleteli akurát vo chvíli, keď Marienka ako posledná preliezla cez okienko. Ešteže boli deti tak malé a prepchali sa, na rozdiel od hromžiacich mužov, ktorí ostali v tmavej miestnosti. „Tak vám treba, tučkovia!“ vyplazila na nich Marienka jazyk. „Nechcete možno skúsiť crossfit?“ „Tak to už teda...“ ozvali sa nadávky z miestnosti, no vtedy ju už mali deti dávno za chrbtami. Keď dobehli za roh ulice, Svorad sa zastavil a víťazoslávne zvolal: „Ha! Pozrite, čo sa mi podarilo zobrať si ako suveníri!“

Akýže to len bol suveníri. To bol sku-

točný poklad! Svorad totiž v ruke držal ich výhru za turnaj. Tisíceurový šek! A keď už mali deti peniaze, ďalším krokom bolo, samozrejme, ich objem aspoň zdvojnásobiť. Veď každý hlupák v dnešnej dobe už predsa vie, že čím viac, tým viac a peniaze sa najlepšie zveľaďujú v kasíne! Vedľa jedného dokonca stáli.

Vtom ale zafúkal silný vietor. Svoradovi šek z ruky uletel a zasekol sa na najbližšej pouličnej lampe. „Hodte po ňom niekto topánku, nech spadne!“ „No ale...Ako ju tam mám hodiť?“

## Úloha 3

Vypočítajte veľkosť uhla  $BAC$  v trojuholníku  $ABC$ , keď viete, že je trikrát menší ako uhol  $BOC$ , pričom  $O$  je stred kružnice vpísanej trojuholníku  $ABC$  (Kružnica vpísaná trojuholníku je taká kružnica, ktorá sa dotýka všetkých strán trojuholníka. Jej stred leží na priesečníku osí uhlov trojuholníka).



Topánka dokonale trafila šek a ten sa pomaly doplachtil priamo do Ctiborinej ruky. Keď už mali svoju výhru pevne v hrsti, museli prísť na spôsob, ako ju poriadne zveľadiť. Vybrali sa teda svižným krokom do kasína.

V kasíne bolo množstvo rozmanitých hier, od kombinovaného koňobrania, až po kto sa nevzdá. Deti sa rozhodli, že najlahšie zarobené peniaze na nich čakajú pri komárňanskej rulete. To však ešte deti nevedeli, že komárňanská ruleta nemá s klasickou ruletou nič spoločné.

### Úloha 4

Na ruletovom stole je štvorcová sieť o rozmeroch  $4 \times 4$ . Cieľom hry je zistiť, koľko navzájom nezhodných úsečiek (úsečiek s rôznymi dĺžkami) s krajnými bodmi v mrežových bodoch štvorcovej siete existuje v tejto sieti. Koľko ich existuje, ak by sieť mala rozmery  $10 \times 10$ ?

Zveľaďovanie ťažko nadobudnutého majetku však nešlo deťom podľa predstáv. Netrvalo to dlho a prehrali všetky svoje peniaze. Skúšať šťastie v komárňanskej rulete možno predsa len nebol najlepší nápad.

So smutným výrazom na tvári sa pobrali preč z kasína. Chvíľu mlčky kráčali dole ulicou, keď v tom si všimli, že obďaleč, na druhej strane cesty, sedel pri budove komárňanskeho second handu bezdomovec. Ctibor sa nezaprela a hneď jej napadlo, ako by mohli získať peniaze naspäť. Pribehli teda k bezdomovcovi, ktorý sedel na kartóne v tvare štvorca.

### Úloha 5

Kartón v tvare štvorca  $ABCD$  má stranu dlhú 36. Bod  $E$  leží na strane  $AB$  tak, že  $|EB| = 12$ , bod  $F$  leží v strede strany  $BC$  a bod  $G$  na strane  $CD$  tak, že  $|CG| = 12$ . Aký je obsah plochy ležiacej v trojuholníku  $EFG$ , ale mimo trojuholníka  $AFD$ ?

Prihovorili sa k bezdomovcovi a vypočuli si jeho životný príbeh. Na oplátku mu vyrozprávali, aký osud stretol ich a navrhli mu stávkku. Ak dokážu splniť úlohu, ktorú im bezdomovec nadelí, dá im 1000 forintov, ktoré prehrali v kasíne. Ak však úlohu nesplnia, každé z detí mu dá 1000 forintov! Bezdomovec bez váhania stávkku prijal a pripravil si pre nich nasledovnú úlohu.

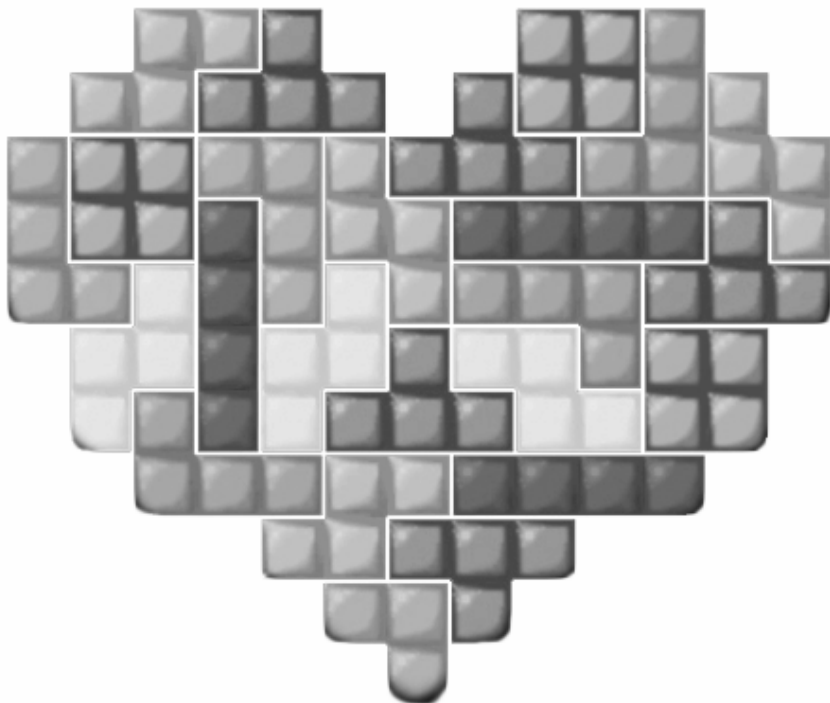
### Úloha 6

Bezdomovec im dal za úlohu dokázať, že ak  $n$  je celé číslo väčšie ako 6, a ak  $n - 1$  a  $n + 1$  sú prvočísla, tak číslo  $n \cdot n(n \cdot n + 16)$  je deliteľné číslom 720.

Nejaké čiastkové body sa budú dať získať aj za dokázanie deliteľnosti menšími číslami. Preto neváhajte a pošlite aj nekompletné riešenia ;-).

Deti ostali len nemo stáť a netušili, ako si poradia s takouto vskutku nevídanou úlohou. Vedeli však, že nádej umiera posledná, a tak začali rozmýšľať, ako by mohli problém vyriešiť. Po piatich minútach bezpredmetného dumania sa rozhodli, že sa trochu poprechádzajú, možno im to bude lepšie myslieť. Po chvíli chôdze oproti

nim išiel muž, ktorý deťom prišiel nesmierne povedomý. Keď sa trochu priblížili, boli si úplne isté. Bol to ich otec, ktorý ich podviedol a povedal im taktiku, ktorá vôbec nefunguje. Deti sa k nemu hneď rozbehli a nakričali na neho, čo je to za otca, ktorý takto podvedie vlastné deti. Otec sa deťom úprimne ospravedlnil a vysvetlil im, že ani vo sne by mu nenapadlo, že to deti zoberú tak vážne a zúčastnia sa dokonca aj turnaja. Na oplátku im ponúkol, že im pomôže s úlohou, ktorú im bezdomovec zadal. Spolu si na to sadli a po ani nie 15 minútach mali úlohu vyriešenú, 1000 forintov však od bezdomovca neprijali, ba naopak, na znak vďaky za opätovné spojenie rodiny ho pozvali na obed, a čo sa stalo ďalej je predmetom báji a povestí.



**Názov:** *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár  
Číslo 4 • Február 2017 • Letný semester 30. ročníka (2016/2017)

**Internet:** <https://matik.strom.sk>

**E-mail:** [matik@strom.sk](mailto:matik@strom.sk)

**Organizátor:** Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,  
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice  
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

*Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2016-9485/41562:71-10E0.*