KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **6** — ROČNÍK **24** INTERNET http://matik.strom.sk

Čaute decká,

Aj keď sa to možno nezdá, školský rok sa nám chýli ku koncu. Pre niekoho bol viac, pre niekoho menej úspešný, no určite si zaslúži parádny záver - sústredko! Skvelé hry, večery pri gitare, noví aj starí kamaráti a hlavne kopa zábavy - veď čo by mohlo byť lepšie! :) Je medzi vami však aj veľa takých, za ktorými sa brány základnej školy poslednýkrát zatvoria. Rozhodne však nemusíte smútiť, pretože odchodom na strednú sa toto všetko nekončí, sú tu predsa aj stredoškolské semináre. Tak dúfame, že na matematiku nezanevriete a ešte sa stretneme na mnohých sústredkách a výletoch. Už teraz sa tešíme.

Vaši vedúci MATIKa

Ako bolo...

Výlet

Jednu z posledných aprílových sobôt ste mali možnosť stráviť s nami, na výlete na Jánošíkovu baštu. Tí, čo tak spravili, to isto neľutujú. Výlet sme začali na Košickej stanici, odkiaľ sme šli vlakom do Kysaku a pokračovali pešo na Jánošíkovu baštu. Cestou sme si užili množstvo stúpania do kopca, naša námaha však neostala neodmenená. Výhľad z Jánošíkovej bašty naozaj stál za to. Okrem neustáleho šľapania sme si zahrali aj rôzne hry od výmyslu sveta - rozdeľovačky, izbí (mierne modifikovaná podoba frisbee) či štafetu s rybičkami. Po kratšej pauze sme pokračovali do Veľkej Lodiny, kde sme našu cestu ukončili.

Ako bude...

Seminár Strom

Ako už bolo v úvode naznačené, deviataci smútiť nemusia, od budúceho školského roka sa môžu zapájať do seminára Strom. Funguje veľmi podobne ako MATIK, len je určený pre všetkých žiakov stredných škol a druhých stupňov osemročných gymnázií. Ak si riešil MATIK ako deviatak, tak ti časopis na začiatku roka automaticky pošleme a ak nie, všetky potrebné informácie, zadania a výsledky nájdeš na seminar.strom.sk.

Nezľakni sa, ak budú pre teba príklady zo začiatku ťažké, sú určené aj pre štvrtákov, avšak ako prvák budeš mať bodové zvýhodnenia, takže sa oplatí poslať aj jednu alebo dve úlohy. Na sústredkách sa stretneš s ešte zaujímavejšou matikou, vedúcimi a kamarátmi, ktorých poznáš z MATIKa, ale získaš aj úplne nových známych. Tešíme sa na teba!

Vzorové riešenia 2. série úloh

1

opravovali **Radka Masloviaková** a **Deniska Semanišinová**

najkrajšie riešenie: Alex Ténai, Mišo Bodnár

50 riešení

Zadanie: V krčme uvidel kráľovič sedieť pri stole štyroch priateľov, dvoch na jednej strane a dvoch oproti nim. Volali sa Peter, Jozef, Matej a Daniel. Ich zamestnania v abecednom poradí: bard, kupec, obuvník a zvonár. Oproti Petrovi na druhej strane stola sedí kupec. Daniel je svokor barda. Bard sedí vedľa Petra. Daniel je vyšší ako Jozef, ktorý je vyšší ako kupec. Zvonár má väčšiu plešinu ako Peter. Skúste určiť, ktorému z nich odpovedá ktoré povolanie.

Vzorové riešenie: Zo zadania vieme o Petrovi povedať, že:

- Nie je kupcom, pretože ten sedí oproti nemu.
- Nie je bardom, lebo bard sedí vedľa neho.
- Nie je zvonár, pretože zvonár má väčšiu plešinu ako on.

Peter teda musí byť obuvník.

Daniel určite nie je obuvníkom, lebo tým je Peter. Okrem toho ale nemôže byť ani:

- Bardom, lebo Daniel je svokor barda.
- Kupcom, lebo Daniel je vyšší ako kupec.

Daniel je teda zvonár.

Jozef môže byť už len bard alebo kupec. Vieme však, že Jozef je vyšší ako kupec, teda ním nemôže byť. Z toho vyplýva, že Jozef je bard.

Nakoniec nám ostal Matej, ktorý teda musí byť kupcom.

Komentár: Úloha vôbec nebola ťažká, čo bolo vidno aj na počte 9-bodových riešení, ktorých bolo neúrekom. Opäť raz sa našlo pár takých, čo úlohu síce správne vyriešili, ale napísať postup sa už neunúvali, prípadne nevysvetlili všetko, čo bolo potrebné. Ďalší si ľudí náhodne rozsadili okolo stola a potom im priraďovali povolania, ale tadiaľto cesta nevedie. Kto kde sedí predsa musíte zistiť pri riešení. Nesmieme zabudnúť ani na tých, ktorí sa nebáli použiť svoju kreativitu, čo je síce super, ale nie vždy pri riešení. Keď je niekto niečí svokor a zrejme je starší, neznamená to, že musí mať plešinu :D.

2 opravovala **Maťa Jesenská**

najkrajšie riešenia: Zuzka Králiková, Pavol Petruš, Dávid Bodnár

43 riešení

Zadanie: Číselný kód na bráne má deväť číslic: práve tri párne, práve tri nepárne, práve tri číslice sa v tomto čísle vyskytujú práve raz, tri práve dvakrát. Keď sa budeme baviť tým, že sčítame vždy dve číslice, ktoré sú vedľa seba, bude súčet až na jeden prípad väčší ako 4 a určite nikdy nepresiahne 10. Súčiny dvoch po sebe idúcich číslic sú po poradí 0, 0, 0, 0, 25, 5, 3, 9. Aký kód je treba zadať na bránu, keď viete, že nezačína osmičkou?

Vzorové riešenie: Na prvý pohľad sa môže zdať, že nájsť deväťmiestny kód bude dosť ťažké. Netreba sa však nechať zmiasť troška komplikovanou indíciou a stačí len každú podmienku využiť v správnom čase a na správnom mieste. Pre lepšiu predstavu je vhodné deväť miest nášho kódu znázorniť ako 9 okienok, alebo políčok (čiarok), kde budeme číslice postupne dopĺňať na základe našich zistení, prípadne si ich označiť A, B, C, D, E, F, G, H, I, ale mnohí ste úlohu pekne vyriešili aj bez toho.
Na začiatku nám najviac pomôže informácia o súčinoch susediacich číslic. Zo zadania vieme, že súčinom E a F dostaneme 25. Toto číslo sa dá napísať ako súčin 1 krát 25 alebo 5 krát 5. Na každé miesto hľadáme jednu číslicu (jednu z cifier od 0 po 9), takže nám vyhovuje len možnosť 5 krát 5. Vďaka tomu, že sa činitele rovnajú, nemusíme uvažovať nad tým, v akom poradí ich na pozície E a F umiestnime a to bol dôvod, prečo sme začali práve súčinom 25. Za obe číslice E a F teda dosadíme číslo 5. Súčin F krát G nám má dať číslo 5 a keďže $F = 5$, za G dosadíme 1. Súčin G krát H je 3. Tento súčin dostaneme tak, že 1 vynásobíme číslom 3. A aby súčin posledných 2 číslic (H krát I) bol 9, za I dosadíme 3. Súčin D krát E je 0, pričom vieme, že súčin dvoch čísel je 0 práve vtedy, keď jeden alebo druhý činiteľ je nula. E už poznáme, je rovné 5, teda s istotou vieme, že D musí byť 0. Ďalej vieme, že všetky zvyšné súčiny sú tiež nuly, no číslicu 0 môžeme použiť už len raz, keďže žiadna číslica sa v kóde nenachádza viac ako 2 krát. Ak by bolo $A = 0$, tak by súčin B krát C nebol nulový (lebo B aj C by boli obe rôzne od 0) a podobne, ak by bolo $C = 0$, súčin A krát B by bol nenulový. Preto platí, že $B = 0$. Náš kód zatiaľ vyzerá takto:

$$A \quad 0 \quad C \quad 0 \quad 5 \quad 5 \quad 1 \quad 3 \quad 3.$$

Zatiaľ sme použili 3 rôzne nepárne čísla a 1 párne číslo, teda A a C môžu byť len párne. Práve 3 čísla sme použili práve dvakrát, všetky ostatné sa vyskytujú práve raz, preto A je rôzne od C. Čísla sme dopĺňali na základe súčinov a podmienkou o súčte dvoch susedných číslic sme sa zatiaľ nezaoberali. Všimnime si, že súčet $G + H$, čo je $1 + 3$ je práve 4 a to je práve ten jeden prípad, kedy súčet susedných číslic nepresahuje 4. A teda všetky ostatné súčty už musia byť väčšie ako 4. Vieme, že A aj C sú rôzne párne čísla a ich súčty s nulou majú byť väčšie ako 4, teda číslice, ktoré prichádzajú do úvahy sú 6 a 8, no zároveň A nie je 8 (čo je posledná podmienka v zadaní), teda jediná možnosť je, že A je 6 a C je 8. Náš výsledný kód je:

$$6 \quad 0 \quad 8 \quad 0 \quad 5 \quad 5 \quad 1 \quad 3 \quad 3.$$

Keď sa vrátime k zadaniu a krok za krokom overíme každú podmienku z indície, vidíme, že všetky platia.

- práve 3 párne číslice: 0, 6, 8
- práve 3 nepárne číslice: 1, 3, 5
- práve 3 číslice sa vyskytujú práve raz: 1, 6, 8,
- práve 3 číslice sa vyskytujú práve dvakrát: 0, 3, 5,
- maximálny súčet je 10
- minimálny je 4 a vyskytuje sa práve raz,
- všetky súčiny susedných číslic súhlasia so zadaním.

Keďže sme všetky číslice doplnili jednoznačne (ak bolo pre niektorú cifru viac možností, všetky okrem jednej sme vylúčili), naše riešenie je jediné možné.

Komentár: Veľká väčšina z vás dokázala postupným využitím jednotlivých častí indície prísť k správnemu riešeniu. Podmienok, ktoré mal kód spĺňať bolo pomerne dosť. Niektorým sa stalo, že na nejakú z nich pozabudli a tak ich výsledok nebol správny. Preto je v takýchto úlohách dôležité, aby ste na konci, keď dospejete k nejakému výsledku nezabudli ešte raz overiť, či naozaj platia všetky podmienky zo zadania a vyhli sa tak zbytočnej strate bodov.
Niektorí ste postupovali tak, že ste si ako prvú v poradí doplnili niektorú inú číslicu, čo je v poriadku (k výsledku sa dalo dopracovať viacerými cestami), ale nie vždy ste aj zdôvodnili, prečo na danej pozícii musí byť práve táto číslica a teda, že dané riešenie je jediné možné.

3

opravovali **Dáša Krasnayová** a **Matúš Hlaváčik**

najkrajšie riešenie: Diana Hlaváčová

55 riešení

Zadanie: Štyria duchovia – Adam, Boris, Cyril a Dano – chcú prejsť cez tunel. Adamovi trvá cesta cez tunel minútu, Borisovi dve minúty, Cyrilovi štyri a Danovi päť minút. Nakoľko je tunel príliš úzky, môžu cezeň prejsť nanajvýš dvaja duchovia naraz. Majú k dispozícii lampu, ktorá vydrží svietiť 12 minút. Podarí sa duchom prejsť cez tunel tak, aby nikto z nich nemusel prechádzať potme? Ako? (Ak prechádzajú dvaja duchovia naraz, idú rýchlosťou pomalšieho z nich.)

Vzorové riešenie: Najprv treba podotknúť, že lampu treba doniesť aj naspäť. Bude teda dokopy minimálne 5 prechodov cez tunel - trikrát tam a dvakrát naspäť (tam pôjdu dvojice a potom jeden z nich donesie lampu naspäť). Ak by išli Cyril a Dano samostatne (nie v jednej dvojici), tak by to už bolo dokopy 9 minút, teda

na ďalšie 3 prechody by mali iba po 1 minúte a to by nešlo (trikrát by mohol ísť iba Adam. Na druhú stranu ale musí prejsť aj Boris, čo sa nedá).
To znamená, že Cyril a Dano musia ísť spolu. Ak by išli na druhú stranu ako prví, tak sa niekto z nich musí vrátiť naspäť aj s lampou a opäť ísť na druhú stranu, čo je minimálne 13 minút $(5 + 4 + 4)$. Toto si nemôžeme dovoliť. Ak by išli na druhú stranu ako poslední, tak by jeden z nich musel tú lampu predtým doniesť naspäť, čo je tiež 9 minút - teda 3 minúty na 3 prechody, čo sa nedá. To znamená, že Cyril a Dano musia prejsť na druhú stranu ako druhí, teda to bude musieť vyzerať takto (Adama s Borisom možno zamieňať):

- Adam a Boris idú tam (2 minúty)
- Adam ide naspäť (3 minúty)
- Cyril a Dano idú tam (8 minút)
- Boris ide naspäť (10 minút)
- Adam a Boris idú tam (12 minút)

Komentár: Keďže v úlohe bola otázka, či sa to dá, za úplne správne riešenie sme považovali aj to, ktoré neuviedlo takýto postup, ako sa dá prísť na toto riešenie, teda bolo uvedené len, že sa to dá a ako. Okrem týchto riešení bolo mnoho riešení s čiastočným či úplným postupom, no aj riešenia nesprávne. Najčastejšími chybami bola myšlienka, že najrýchlejšie to bude, ak sa bude stále vracať Adam (čo vidíme, že neplatí) a neuvedomenie si, že lampu musí tým zvyšným duchom niekto doniesť.

4 opravovali **Ivka Gašková** a **Maťo Vodička**

najkrajšie riešenie: Henrieta Micheľová, Daniel Onduš

38 riešení

Zadanie: V tejto jaskyni prebiehala anketa, v ktorej duchovia hlasovali o najkrajšie prirodzené číslo od 1 do 10. Po jej vyhodnotení si princ všimol, že pre každé číslo okrem 1 platí to, že počet bytostí, ktorým sa páči, je rovnaký ako súčet počtov bytostí, ktorým sa páčia čísla od neho menšie. Princovo číslo sa okrem neho páči ešte 128 bytostiam (duchom). Ktoré číslo je Princovo najobľúbenejšie?

Vzorové riešenie: Najprv by sme mali zistiť, ako nájdeme princovo obľúbené číslo. Zo zadania o ňom vieme zistiť iba to, že sa okrem princa páči 128 bytostiam. Keďže princ je tiež bytosť (pochybuje o tom niekto?), tak sa páči spolu 129 bytostiam.
Máme teda nájsť číslo (alebo čísla), ktoré sa môže páčiť presne 129 bytostiam. Na to musíme ešte využiť to, že si princ všimol, že počet bytostí, ktorým sa páči nejaké číslo, je počet bytostí, ktorým sa páčia všetky menšie čísla. Do tohto počtu sa samozrejme ráta aj princ. (Princ si to všimol a už sme si povedali, že princ je tiež bytosť.)
Teraz tu máme dva rôzne spôsoby riešenia:

Riešenie č.1: Označme x počet bytostí, ktorým sa páči číslo 1.

Číslo 2 sa potom páči toľkým, koľkým sa páčia menšie čísla, teda tiež x.

Číslo 3 sa páči $x + x = 2x$ (počet bytostí, ktorým sa páčia čísla 1 a 2).

Číslo 4 sa páči $x + x + 2x = 4x$.

Takto môžeme pokračovať, až dostaneme takúto postupnosť: (naľavo je číslo a napravo počet bytostí, ktorým sa páči)

1 — x, 2 — x, 3 — $2x$, 4 — $4x$, 5 — $8x$, 6 — $16x$, 7 — $32x$, 8 — $64x$, 9 — $128x$, 10 — $256x$.

Teraz si všimnime, že čísla $2x, 4x, \ldots, 256x$ sú párne. Číslo 129 je však nepárne, teda medzi číslami 3 až 10 sa nenachádza princovo obľúbené číslo. V prípade $x = 129$ vidno, že čísla 1 a 2 sa páčia presne 129 bytostiam a teda princovo obľúbené číslo môže byť 1 alebo 2.

Riešenie č.2: Zoberme nejaké číslo n (od 2 do 9). Nech sa n páči práve x bytostiam. Zo zadania vieme, že počet bytostí, ktorým sa páčia čísla od 1 do $n - 1$ (menšie ako n) je x. Počet bytostí, ktorým sa páči číslo $n + 1$ je teda rovný súčtu počtu bytostí, ktorým sa páči n (to je x) a počtu bytostí, ktorým sa páčia čísla od 1 do $n - 1$ (to je tiež x). Spolu je to teda $2x$.

Takže pre každé číslo od 2 do 9 platí, že číslo o 1 väčšie sa páči dvojnásobnému počtu bytostí. Z toho vyplýva, že počet bytostí, ktorým sa páčia čísla 3 až 10 je párny, a teda princovi sa môže páčiť len číslo 1 alebo 2. (lebo 129 je nepárne).

Komentár: Veľa z vás nevedelo, či sa do počtu bytostí, ktorým sa páčia čísla 1 až 10 ráta aj princ, a teda či majú hľadať číslo, ktoré sa páči 128 alebo 129 bytostiam. Niektorí z vás to pekne vyriešili tak, že napísali obidva prípady (v tom druhom vyšli všetky čísla 1 až 9). To je určite správne riešenie.

Ak si nie ste istí zadaním pokojne napíšte viac možností pochopenia zadania alebo si ho fakt poriadne prečítajte a zamyslite sa nad ním (prípadne sa nehanbite napísať nám e-mail na `matik@strom.sk`). Taktiež sa hodí aspoň trochu okomentovať, prečo sa čísla 1 až 10 páčia $x, x, 2x, 4x, \ldots$ bytostiam, alebo prečo sa to stále zdvojnásobuje. Túto úlohu ste vyriešili veľmi pekne, o čom svedčia aj vaše body. Len tak ďalej.

5 opravovali **Peťka Zibrínová** a **Maťo Rapavý**

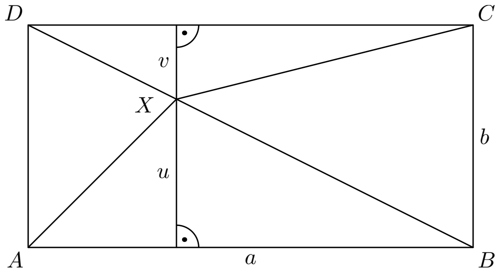
najkrajšie riešenia: Katka Krajčiová, Dávid Bodnár

36 riešení

Zadanie: Je daný obdĺžnik $ABCD$ a vo vnútri neho bod X. Úsečky, ktoré bod X spájajú s vrcholmi A, B, C, D rozdeľujú obdĺžnik na štyri trojuholníky. Obsahy niektorých troch z týchto trojuholníkov sú 31, 54 a 90 cm^2. Aký je obsah obdĺžnika $ABCD$?

Vzorové riešenie:

Máme obdĺžnik *ABCD* a úsečky *AX*, *BX*, *CX* a *DX*, ktoré nám rozdeľujú tento obdĺžnik na štyri trojuholníky. Vieme, že obsahy troch z nich sú 31 cm^2, 54cm^2 a 90 cm^2. Označme a dĺžku strany *AB*, b dĺžku *BC*, u veľkosť výšky na *AB* v trojuholníku *ABX* a v veľkosť výšky na *CD* v trojuholníku *CDX* (viď obrázok).



Najprv spočítame súčet obsahov protiľahlých trojuholníkov v obdĺžniku, teda trojuholníkov *ABX* a *CDX*, *BCX* a *ADX*. Obsah trojuholníka *ABX* vypočítame ako $a \cdot u/2$, obsah trojuholníka *CDX* ako $a \cdot v/2$. Z obrázku vidíme, že $u + v = a$, t. j. súčet veľkostí spomínaných dvoch výšok je rovný dĺžke strany obdĺžnika. Pre súčet obsahov trojuholníkov *ABX* a *CDX* potom platí:

$$S_{\triangle ABX} + S_{\triangle CDX} = \frac{a.u}{2} + \frac{a.v}{2} = \frac{a \cdot (u+v)}{2} = \frac{a \cdot b}{2}$$

Keďže obsah celého obdĺžnika *ABCD* je $a \cdot b$, tak súčet obsahov trojuholníkov *ABX* a *CDX* je polovica obsahu obdĺžnika. Tým pádom aj súčet obsahov zvyšných dvoch trojuholníkov, t. j. trojuholníkov *BCX* a *ADX*, je rovný polovici obsahu obdĺžnika.

Keďže vieme obsahy troch trojuholníkov, tak poznáme obsah práve jednej protiľahlej dvojice. Tieto dvojice môžu byť:

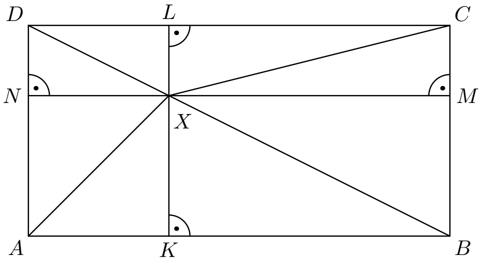
• Dvojica protiľahlých trojuholníkov má obsahy 31 a 54 cm^2. Ich súčet je potom $31 + 54 = 85$ cm^2, čo je polovica obsahu obdĺžnika *ABCD*, čiže obsah obdĺžnika je $2 \cdot 85 = 170$ cm^2. Treba si však uvedomiť, že súčet obsahov druhej dvojice je potom tiež 85 cm^2 a obsah jedného z nich je 90 cm^2. Obsah štvrtého trojuholníka by teda musel byť záporný, čo nie je možné, čiže táto možnosť nevyhovuje.

• Dvojica protiľahlých trojuholníkov má obsahy 31 a 90 cm^2. Ich súčet je potom $31 + 90 = 121$ cm^2, čo je polovica obsahu obdĺžnika *ABCD*, čiže obsah obdĺžnika je $2 \cdot 121 = 242$ cm^2. Zvyšné dva trojuholníky majú súčet obsahov 121 cm^2, obsah jedného z nich je 54 cm^2, teda obsah štvrtého trojuholníka je 67 cm^2. Táto možnosť teda vyhovuje.

• Dvojica protiľahlých trojuholníkov má obsahy 54 a 90 cm^2. Ich súčet je potom $54 + 90 = 144$ cm^2, čo je polovica obsahu obdĺžnika *ABCD*, čiže obsah obdĺžnika je $2 \cdot 144 = 288$ cm^2. Zvyšné dva trojuholníky majú súčet obsahov 144 cm^2, obsah jedného z nich je 31 cm^2, teda obsah štvrtého trojuholníka je 113 cm^2. Táto možnosť teda tiež vyhovuje.

Táto úloha má dve riešenia, a to 242 a 288 cm^2.

Prvá časť riešenia sa dala dokázať iným, no omnoho jednoduchším spôsobom. Do obrázku dokreslíme výšku na stranu CB v trojuholníku CBX a výšku na stranu DA v trojuholníku ADX. Teraz je potrebné uvedomiť si, že celý obdĺžnik $ABCD$ sa nám týmto spôsobom rozdelil na štyri malé obdĺžniky $DNXL$, $LXMC$, $NAKX$ a $XKBM$, v ktorých sú úsečky DX, CX, AX a BX uhlopriečkami (viď obrázok). To znamená, že tieto úsečky rozdeľujú spomínané obdĺžniky na dva zhodné trojuholníky. Z toho je jasné, že súčty obsahov protiľahlých trojuholníkov sú rovnaké, teda polovica celého obsahu obdĺžnika. Toto riešenie nám ukazuje, že občas si do zadania stačí dokresliť pár čiar a riešenie sa stáva omnoho jednoduchším. To platí pre množstvo geometrických úloh, preto sa nebojte použiť ceruzku :-).



Komentár: Ani tentoraz sme bodmi nešetrili, keďže ste úlohu viacerí zvládli perfektne. Do vzorového riešenia sme uviedli jeden spôsob, ktorý použilo najviac z vás a druhý spôsob, ktorým vám chceme ukázať, že nie vždy stačia len čiary zo zadania, prípadné iné čiary vám úlohu omnoho zjednodušia. Vo vašich riešeniach sme občas našli drobné chyby. Najčastejšou z nich bolo to, že ste neukázali, prečo tá prvá možnosť nevyhovuje, poprípade ste ju ani nevylúčili. Ako najkrajšie riešenia sme vybrali najkrajšie riešenie prvým spôsobom a ocenili sme aj asi jediné korektné riešenie druhým spôsobom.

6 opravovali **Daniel Till** a **Matúš Stehlík**

najkrajšie riešenia: Soňa Feciskaninová, Samuel Krajči

45 riešení

Zadanie: Rytier Peťo má v ich pluku ešte 12 spolubojovníkov. Každý z týchto dvanástich má v ich pluku iný počet priateľov. Koľko priateľov má Peťo?

Vzorové riešenie: Najprv si treba uvedomiť, že priateľstvá sú vzájomné, teda keď sa Janko priatelí s Ferkom, tak aj Ferko sa priatelí s Jankom. Taktiež si treba uvedomiť, že priateliť sa sám so sebou sa nedá. Keďže spolubojovníkov je 12, tak každý z nich môže mať maximálne 12 priateľov (11 spolubojovníkov a Peťa). Rozoberme dve rôzne možnosti – buď má niektorý spolubojovník 12 priateľov alebo nikto nemá 12 priateľov:

1. možnosť – niektorý spolubojovník má 12 priateľov:

Ten, kto má 12 priateľov, sa priatelí úplne s každým. To znamená, že každý má aj jeho za priateľa, čiže nikto nemôže mať 0 priateľov (môže vám to pripomenúť úvahu z riešenia 6. úlohy minulej série). Počet priateľov môže byť teda od 1 do 12, čo je presne 12 rôznych hodnôt. Keďže vieme, že každý zo spolubojovníkov má rôzny počet priateľov, tak každý z týchto počtov priateľov sa tam vyskytuje práve

raz. Označme preto A spolubojovníka, ktorý má 1 priateľa, B spolubojovníka, ktorý má 2 priateľov, atď. až L je spolubojovník, ktorý má 12 priateľov.
Keďže L má teda 12 priateľov, tak sa priatelí úplne s každým. Ďalej vieme, že A má 1 priateľa a priatelí sa s ním L, čiže okrem L sa nepriatelí už s nikým. O K vieme, že má 11 priateľov a A sa s ním nepriatelí, teda K sa priatelí so všetkými okrem A. Teraz u B vieme, že má 2 priateľov a už sme zistili, že sú nimi K a L, takže on sa už s nikým iným priateliť nemôže. Takto môžeme postupovať ďalej a postupne zistiť, kto sa s kým priatelí. Tieto výsledky môžeme pekne prehľadne zapisovať do tabuľky, v ktorej vzájomné priateľstvo označíme + a ak sa dvojica nepriatelí, tak to označíme –.

.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	P
A	X	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	+	–
B	–	X	–	–	–	–	–	–	–	–	+	+	–
C	–	–	X	–	–	–	–	–	–	+	+	+	–
D	–	–	–	X	–	–	–	–	+	+	+	+	–
E	–	–	–	–	X	–	–	+	+	+	+	+	–
F	–	–	–	–	–	X	+	+	+	+	+	+	–
G	–	–	–	–	–	+	X	+	+	+	+	+	+
H	–	–	–	–	+	+	+	X	+	+	+	+	+
I	–	–	–	+	+	+	+	+	X	+	+	+	+
J	–	–	+	+	+	+	+	+	+	X	+	+	+
K	–	+	+	+	+	+	+	+	+	+	X	+	+
L	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	X	+
P	–	–	–	–	–	–	+	+	+	+	+	+	X

Zistili sme teda, že Peťo sa priatelí s G, H, I, J, K, L, čiže v tejto možnosti má 6 priateľov.
2. možnosť – žiadny spolubojovník nemá 12 priateľov:

V tomto prípade môže byť počet priateľov od 0 do 11, čo je presne 12 rôznych hodnôt. Keďže vieme, že každý zo spolubojovníkov má rôzny počet priateľov, tak každý z týchto počtov priateľov sa tam opäť vyskytuje práve raz. Podobne ako v 1. možnosti označme teraz A spolubojovníka, ktorý má 0 priateľov, B spolubojovníka, ktorý má 1 priateľa, atď. až L je spolubojovník, ktorý má 11 priateľov.

Teraz budeme postupovať rovnako ako v 1. možnosti. Keďže A má 0 priateľov, tak sa s nikým nekamaráti. Spolubojovník L má 11 priateľov, ale A nie je jeho priateľ, čiže sa priatelí so všetkými ostatnými. Opäť môžeme takto postupovať ďalej a postupne zistiť, kto sa s kým priatelí.

Tabuľka v tomto prípade bude vyzerať:

.	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	P
A	X	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
B	–	X	–	–	–	–	–	–	–	–	–	+	–
C	–	–	X	–	–	–	–	–	–	–	+	+	–
D	–	–	–	X	–	–	–	–	–	+	+	+	–
E	–	–	–	–	X	–	–	–	+	+	+	+	–
F	–	–	–	–	–	X	–	+	+	+	+	+	–
G	–	–	–	–	–	–	X	+	+	+	+	+	+
H	–	–	–	–	–	+	+	X	+	+	+	+	+
I	–	–	–	–	+	+	+	+	X	+	+	+	+
J	–	–	–	+	+	+	+	+	+	X	+	+	+
K	–	–	+	+	+	+	+	+	+	+	X	+	+
L	–	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	X	+
P	–	–	–	–	–	–	+	+	+	+	+	+	X

Opäť sme teda zistili, že sa Peťo priatelí s G, H, I, J, K, L, čiže v tejto možnosti má 6 priateľov.
V obidvoch možnostiach nám vyšiel rovnaký počet Peťových priateľov, čiže Peťo má naozaj 6 priateľov.

Dokončenie príbehu

Mladý princ musel poraziť nejednu príšeru, či už rozumom alebo silou, kým sa dostal k tajomnému a zlými povesťami opradenému vchodu do kráľovstva podsvetia. Na jeho veľké prekvapenie, nečakala ho tam žiadna ďalšia prekážka, ktorá by mu bránila vo vstúpení. Kráľovič na chvíľu zaváhal, no vážne len na kratučký okamih, a potom vstúpil do tmy, odhodlaný sa popasovať so všetkým, čo mu bude stáť v ceste k jeho bratom . . .
Jeho prirodzené očakávanie, že po istej dobe blúdenia v tme, uvidí niečo ako „svetlo na konci tunela“ , sa nesplnilo. Namiesto tunela so svetlom sa ocitol v chodbe ožiarenej fakľami, ktoré vydávali teplé a útulné svetlo. Pozdĺž celej chodby bol na zemi natiahnutý červený koberec, pri stenách stáli rytierske brnenia, no nikde nebolo ani živej duše. Princ sa teda vydal na koniec tej dlhej a prázdnej chodby. Ako tak kráčal, zrazu sa pred ním objavili veľké mahagónové dvere. Už sa ani nad tým nezamýšľal, jednoducho vstúpil dnu, keďže v tomto svete ho stretlo veľa podivností. No aj keď už videl veľa podivností, na to, čo ho čakalo vo vnútri, nebol vôbec pripravený. Obraz, ktorý sa mu naskytol, mu jasne vysvetlil, ako to, že kráľovná nemala pri sebe žiadnu stráž.
Vo veľkej sále sa nachádzalo mnoho mladých mužov. Tí tam len posedávali a sfanatizovane sa pozerali na kráľovnú, ktorá sedela na tróne. Pri jej nohách kľačali dvaja muži, ktorí boli veľmi blízki srdcu nášho kráľoviča – boli to jeho bratia.

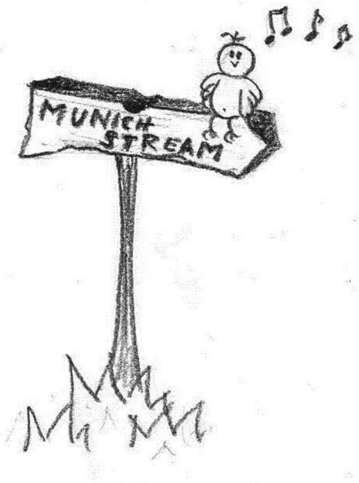
Keď kráľovná uvidela nového prichádzajúceho, postavila sa z trónu a vykročila smerom k nemu. Jej vysoká ladná postava bola zahalená do tieňov, ktoré tvorili dlhé šaty. Tvár mala sťa obrázok, ktorý lemovali dlhé kučeravé vlasy, splývajúcej jej na ramenách. „Ach, mladý panovník osobne. Konečne si ma prišiel navštíviť. Tvojim bratom sa už za tebou cnelo.“ povedala s úsmevom ohliadnuc sa na dvoch mužov, ktorí sa ani nepohli z miesta, ktorí sa len zbožne prizerali kráľovnej. „Poď ku mne, zabudni na všetky svoje problémy, na vládu nad ríšou, na cieľ svojej cesty. Zabudni, prečo si tu prišiel a oddaj sa kľudu môjho kráľovstva.“ Princ vytiahol zázračný meč a vykročil smerom ku kráľovnej. Snažil sa nevnímať moc kráľovninho hlasu, ktorá ho opantávala ako ťažké víno. No márne. Po chvíľke ho sladký hlas vládkyne podzemia ovládol, vypadol mu meč z ruky a on kráčal ku nej úplne bezmocný. . .

Poradie po 2.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 9.	Henrieta Micheľová	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Soňa Feciskaninová	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Katarína Krajčiová	Kvarta	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Diana Hlaváčová	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	7	108
	Kristína Mišlanová	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	9	7	9	108
	Dávid Nguyen	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	8	9	9	108
	Žaneta Semanišinová	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Dávid Bodnár	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	9	9	9	108
	Petra Plšková	8. A	ZStarKE	54	9	9	9	9	8	9	108
10. – 12.	Slavomír Hanzely	Tercia	GKomeSB	54	9	9	9	8	7	8	106
	Ivan Vanát	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	9	9	7	7	106
	Daniel Onduš	Tercia A	GTr12KE	52	9	9	9	9	9	9	106
13.	Zuzana Králiková	Tercia A	GAlejKE	54	9	9	2	6	9	9	105
14.	Martin Majerčák	Tercia A	GAlejKE	51	9	8	9	9	9	5	104
15. – 16.	Samuel Krajči	5. C	ZKe28KE	48	9	9	9	9	9	9	102
	Jakub Genči	7. A	ZKro4KE	52	9	9	3	9	9	5	102
17. – 19.	Juraj Mičko	7. B	ZKro4KE	48	9	9	9	8	8	5	100
	Šimon Soták	Tercia A	GAlejKE	47	9	9	9	9	-	8	100
	Jakub Hlaváčik	Tercia B	GAlejKE	52	9	8	9	8	5	-	100
20. – 21.	Zoltán Hanesz	7. A	ZKuzmKE	49	9	9	9	5	6	5	96
	Pavol Petruš	7. A	ZŽdaňa	54	9	9	2	-	8	5	96
22.	Peter Kovács	Kvarta	GAlejKE	49	9	9	9	8	8	3	95
23.	Jakub Mach	7. B	ZKro4KE	44	9	7	9	6	9	5	93
24.	Alžbeta Ivašková	7. B	ZKro4KE	41	9	9	9	7	8	5	92

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
25.	Alexander Ténai	Kvarta	GAlejKE	45	9	9	2	5	9	9	88
26. – 27.	Michal Merjavý	Tercia A	GAlejKE	41	9	3	9	9	-	5	85
	Patrik Hohoš	Tercia A	GAlejKE	36	9	8	2	9	9	5	85
28.	Dorota Jarošová	Kvarta	GAlejKE	36	9	9	9	8	9	4	84
29. – 30.	Michal Bodnár	Tercia A	GAlejKE	37	9	6	9	1	4	5	79
	Patrícia Lakatošová	Kvarta	GsvEdKE	52	9	9	9	-	-	-	79
31. – 32.	Veronika Schmidtová	7. B	ZKro4KE	33	9	8	9	3	-	5	76
	Jozef Janovec	Kvarta	GAlejKE	42	9	9	2	-	9	5	76
33. – 34.	René Michal Cehlár	8. A	ZKro4KE	37	9	9	9	9	-	-	73
	Alexander Kling	7. A	ZIng.SN	27	9	9	2	8	9	1	73
35.	Lucia Perešová	7. A	ZKro4KE	35	9	8	2	2	-	5	70
36.	Martin Seman	Príma B	GAlejKE	23	9	9	9	8	-	-	67
37.	Martina Horváthová	7. B	ZKro4KE	25	9	8	2	8	-	5	66
38.	Juraj Jursa	Prima B	GAlejKE	21	9	-	9	3	3	-	54
39. – 40.	Adam Õrhalmi	8. A	ZKro4KE	16	9	8	9	9	-	0	51
	Samuel Oswald	7. B	ZKro4KE	16	9	4	9	2	2	0	51
41.	Alena Bednaříková	9. A	ZBrusKE	0	9	9	9	7	8	5	47
42.	Samuel Burik	8. A	ZKomeSV	0	9	8	9	3	6	5	42
43.	Ivana Bernasovská	7. B	ZKro4KE	13	9	-	9	-	-	0	40
44.	Adam Skybjak	7. B	ZKro4KE	0	9	9	9	2	-	0	38
45.	Ivana Jakubčáková	8. A	ZKomePP	24	9	2	2	-	-	0	37
46.	Matej Janošík	7. A	ZIng.SN	25	4	-	1	-	-	0	34
47.	Matúš Labuda	Tercia A	GAlejKE	21	2	4	0	-	1	0	32
48.	Jozef Kunc	7. B	ZKro4KE	12	9	-	-	-	-	-	30
49.	Roderik Horovský	7. B	ZKro4KE	10	6	-	2	-	-	-	24
50.	Zuzana Niedelová	8. A	ZDrabKE	23	-	-	-	-	-	-	23
51.	Martin Beer	7. A	ZIng.SN	14	-	-	3	-	-	-	20
52.	Richard Husár	9. A	ZStanKE	9	8	-	2	-	-	-	19
53. – 55.	Rastislav Dudič	9. A	ZPostKE	15	-	-	-	-	-	-	15
	Eduard Lavuš	7. B	ZKro4KE	15	-	-	-	-	-	-	15
	Adam Sáda	Tercia A	GTr12KE	15	-	-	-	-	-	-	15
56.	Kristína Barbušová	7. A	ZIng.SN	0	4	4	0	-	2	0	14
57.	Andrej Zavačan	7. A	ZIng.SN	8	1	-	1	-	-	-	11
58. – 59.	Marek Pravda	9. A	ZStanKE	9	-	-	-	-	-	-	9
	Anton Gromóczki	9. A	ZStanKE	9	-	-	-	-	-	-	9
60.	Lukáš Pollák	7. A	ZIng.SN	0	2	-	2	-	0	0	6
61.	Karin Štiffelová	7. A	ZIng.SN	0	2	-	1	-	0	-	5
62.	Matúš Greňa	7. A	ZIng.SN	0	-	-	2	-	-	0	4
63. – 64.	Dávid Fulka	7. A	ZIng.SN	2	-	-	-	-	-	-	2
	Maroš Kamenický	7. A	ZIng.SN	2	-	-	-	-	-	-	2



Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 6 • Letná časť 24. ročníka (2010/11) • Vychádza 12. mája 2011
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`