MALYNÁR

Číslo **5** — Ročník **30** — **malynar.strom.sk**

8 \ naR

Tvojmu pohľadu zjavne neuniklo ďalšie vydanie MALVNÁRa, v ktorom nájdeš nielen poradie po prvej sérii tohto semestra, ale aj naše vzorové riešenia. Nezabúdaj však, že sme ešte len v polčase, tak určite nepoľavuj a pusti sa do druhej série. S radosťou očakávame Tvoje ďalšie riešenia!

vedúci MALVNÁRa

© t ¶ L9j∂

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).
Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach…).
Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.
Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia \§§q I¤¤¶L}«¶0j_0u §}nhu c¤ c¤¶L}«¶0j_0¤©q0}H0j§9¤ a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na _jTn> §}nhu c.
Ďakujeme!

¦ ¾@n} he9L⌐H\ h 9§0 h 9§_cn®

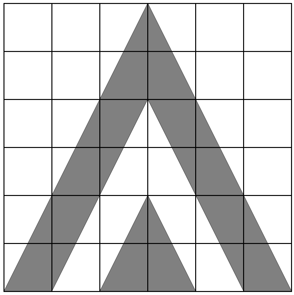
Čo by to boli za prázdniny bez TMMka? To veru nevieme. No sme si istí, že tento rok to určite zistiť nechceme! Preto aj tento rok chystáme pre budúcich siedmakov ZŠ až budúcich druhákov SŠ Tábor mladých matematikov, ktorý sa bude konať ©¨u] ¨·u 9«X« §9 ©·©o ® ɏ®p K0§®_9j c9 [«§9!
Pýtaš sa, čo je to TMM? Ide o 8-dňový pobyt nabitý zaujímavým programom, v ktorom nesmie chýbať zábava, matematika a príjemná spoločnosť. Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlášku nájdeš na našich webových stránkach. Nezabudni však, že kapacita je obmedzená, preto s prihlásením nečakaj na poslednú chvíľu. Tešíme sa na Teba!

-¶n}n®Ĺ }_0ɐ0j_9 ou Ĺ}_0 ωen\ eO§jĹ\n 0h0 §}9

1 opravovali: Mirka Horváthová a Dori Jarošová
najkrajšie riešenia: Alenka Chladná a Hanka Erdélyiová
37 riešení

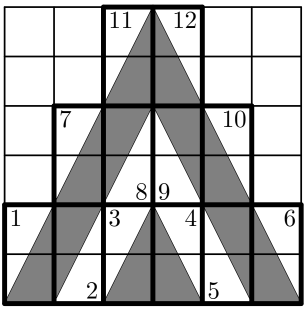
µ9L9j_0

Obrus mal tvar štvorcovej mriežky 6x6. V nej boli vypálené dve sivé diery, ktoré vytvorili na obruse trojuholníkový vzor ako na obrázku. Aký obsah sa dráčikovi podarilo vypáliť?



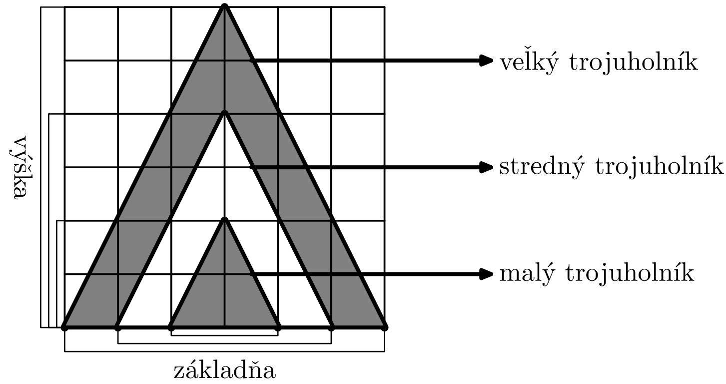
|_0ɐ0j_0

Celý náš obrázok si rozdelíme na obdĺžniky 1 2. Tie sú buď celé biele alebo bielo-sivé. Zaujíma nás obsah sivej časti, takže sa zameriame na tie sivo-biele obdĺžniky.



Uhlopriečka rozdeľuje tento obdĺžnik na sivú a bielu časť a tá vždy rozdelí obdĺžnik na dva zhodné trojuholníky.
Preto sivá časť tvorí polovicu obsahu každého bielo-sivého obdĺžnika. Obsah jedného takého obdĺžnika sú 2 štvorčeky. Teda obsah vypálenej časti v takom obdĺžniku je 1. Ak sa pozrieme na celý obrázok, tak zistíme, že je takých sivo-bielych obdĺžnikov dohromady 12. Obsah dráčikom vypálenej časti je preto 12.

^jĹ }_0ɐ0j_0



Na obrázku vidíme tri trojuholníky: veľký, stredný a malý. Niektorí z vás už vedia, niektorí sa to ešte len budú učiť, že obsah trojuholníka vypočítame ako $\frac{\text{základňa}\times\text{výška}}{2}$. Keďže trojuholníky sú nakreslené v štvorčekovej sieti, poznáme dĺžku jednej jeho strany a aj dĺžku výšky prislúchajúcu tejto strane. Teda si vieme vypočítať aj obsahy všetkých týchto trojuholníkov.

$$S_{(\triangle)} = \frac{\text{základňa} \quad \text{výška}}{2}$$

$$S_{(M)} = \frac{2 \quad 2}{2} = 2 \quad \text{pre malý trojuholník}$$

$$S_{(S)} = \frac{4 \quad 4}{2} = 8 \quad \text{pre stredný trojuholník}$$

$$S_{(V)} = \frac{6 \quad 6}{2} = 18 \quad \text{pre veľký trojuholník}$$

Nás však zaujíma iba tá časť obrusu, ktorú dráčik vypálil (sivá). Z obrázka môžeme vidieť, že ak od obsahu veľkého trojuholníka odpočítame obsah stredného trojuholníka a pripočítame obsah malého trojuholníka, dostaneme práve obsah vypálenej (sivej) časti.
Obsah vypálenej časti je:

$$S_{(V)} \quad S_{(S)} + S_{(M)} = 18 \quad 8 + 2 = 12:$$

b n h 0 j §¾}

K správnemu výsledku dospeli v tejto úlohe snáď skoro všetci. Dôležité preto bolo poriadne popísať nie len ako ste obsah vypálenej časti vypočítali, ale aj zdôvodniť, prečo mali jednotlivé časti taký obsah. Dajte si na to nabudúce pozor.

2 opravovali: Lenka Hake a Ľubo Vargovčík
najkrajšie riešenie: Stanislav Beneš, Ondrej Medo

35 riešení

µ9L9j_0

Výberu na ligu vo wingbale sa zúčastnili 4 dráčikovia. Každý dráčik hral práve raz proti každému inému dráčikovi. Vidíte nasledujúcu tabuľku zápasov, kde je zaznačený počet výhier, remíz a prehier jednotlivých dráčikov a aj celkové skóre daného dráčika za všetky zápasy (ak je skóre 6:2, tak to znamená, že vo všetkých zápasoch dokopy 6 gólov dal a 2 dostal). Zistite, akým výsledkom skončil zápas medzi Brunom a Chrisom?

	výhry	remízy	prehry	skóre
Dalibor	2	1	0	6:2
Chris	1	1	1	1:2
Bruno	0	2	1	2:3
Albert	0	2	1	0:2

| _0ɐ0j_0

Pozrime sa najprv na Alberta:

- Dvakrát remizoval a za celý čas nedal ani 1 gól, takže obe jeho remízy museli skončiť $0:0$.
- Okrem toho raz prehral a spolu dostal 2 góly, preto musel jeho posledný zápas skončiť prehrou $0:2$. Pritom mohol prehrať len s Daliborom, pretože Chris dal za celý čas iba 1 gól (Albert pri prehre dostal až 2) a Bruno ani raz nevyhral.

Čiže Albert prehral $0:2$ s Daliborom a remizoval $0:0$ s Brunom aj s Chrisom.
Ďalej sa pozrime na Chrisove zápasy:

- Vieme, že remizoval $0:0$ s Albertom a vo zvyšných dvoch zápasoch raz vyhral a raz prehral.
- Za celý čas dal len 1 gól, takže jediný spôsob ako mohol vyhrať, je s výsledkom $1:0$. Pritom vyhrať mohol iba proti Brunovi, keďže s Albertom remizoval a Dalibor ani raz neprehral.
- Aby nám sedeli počty gólov, jeho posledný zápas musel skončiť prehrou $0:2$.

Takže Chris remizoval $0:0$ s Albertom, vyhral $1:0$ s Brunom a prehral $0:2$ s Daliborom. Aj keď už máme odpoveď na otázku v zadaní, treba ešte skontrolovať či nám sedia počty aj pre Bruna a Dalibora.

Už vieme, že Bruno remizoval 0 : 0 s Albertom a prehral 0 : 1 s Chrisom. Za celý čas však remizoval dvakrát, dal 2 góly a dostal 3 góly. Takže jeho posledný zápas (s Daliborom) musel skončiť remízou 2 : 2.
Ostáva nám skontrolovať zápasy Dalibora, ktorý vyhral 2 : 0 s Albertom aj s Chrisom a remizoval 2 : 2 s Brunom. Spolu teda dvakrát vyhral, raz remizoval, dal 6 gólov a dostal 2 góly. Vidíme, že všetko sedí a Chris skutočne vyhral nad Brunom s výsledkom 1 : 0 (pre Chrisa).

b n h 0 j §¾}

Pri tejto úlohe sa dalo postupovať naozaj veľa spôsobmi, preto nás teší, že ste všetci takí nápaditím a odovzdali ste nám naozaj rôznorodé riešenia. Chceli by sme však zdôrazniť, aké dôležité je všetky svoje kroky vždy čo najpresnejšie opísať a zdôvodniť – napísať bez vysvetlenia rovno výsledok vášho skúmania k získaniu 9 bodov jednoducho nestačí. Zároveň je dôležité uvedomiť si, že riešenie úlohy vždy nekončí nájdením odpovede na otázku v zadaní. Niekedy sa totiž môže stať, že síce nájdete nejaký výsledok, ktorý sa môže zdať správny, ale po čase zistíte, že taká situácia vlastne vôbec nemôže nastať. V tomto prípade to tak nebolo a rozhodli sme sa za to body nestrhávať, ale treba si na to dávať pozor.

3 opravovali: Erik Novák a Kubo Farbula
najkrajšie riešenie: Hanka Ihnatková — 29 riešení

µ 9L9 j _0

Draci stáli v zástupe otočení dopredu. Niektorí z nich sú klamodraci a vždy klamú, niektorí sú pravdodraci a vždy hovoria pravdu. Každý tvrdí, že pred sebou vidí viac klamodrakov, než pravdodrakov. Dokážte, že je v zástupe aspoň toľko klamodrakov, koľko pravdodrakov (chceme ukázať, že to platí vždy, aj keď nevieme, koľko presne drakov je dokopy v zástupe).

| _0ɐ0 j _0

Predstavme si tvorbu daného radu drakov postupne tak, ako doň prichádzajú draci. Nech sa do radu postaví prvý drak. Tento drak pred sebou nevidí nikoho. Inými slovami, vidí 0 klamodrakov a 0 pravdodrakov, zatiaľ čo tvrdí, že vidí viac klamodrakov ako pravdodrakov. Toto tvrdenie pravdivé nie je, teda prvý drak v rade je určite klamodrak.

Teraz nech sa do radu postaví druhý drak. Tento drak pred sebou vidí 1 klamodraka a 0 pravdodrakov, zatiaľ čo tvrdí, že pred sebou vidí viac klamodrakov ako pravdodrakov. To je pravdivé tvrdenie, keďže platí, že 1 > 0, a teda tento drak je pravdodrak.

Nech sa do radu postaví ešte tretí drak. Tento drak pred sebou vidí 1 klamodraka a 1 pravdodraka, zatiaľ čo tvrdí, že pred sebou vidí viac klamodrakov ako pravdodrakov. To nie je pravdivé tvrdenie, pretože platí, že 1 = 1, a teda tento drak je klamodrak.

Skúsme z tejto skúšky vyvodiť nejaké všeobecné pravidlá:

- Po príchode pravdodraka sú počty klamodrakov a pravdodrakov vyrovnané. Ďalší prichádzajúci drak tvrdí, že vidí viac klamodrakov, čo nie je pravda. Po príchode pravdodraka teda musí prísť klamodrak.
- Po príchode klamodraka je počet klamodrakov o 1 väčší než počet pravdodrakov. Ďalší prichádzajúci drak tvrdí, že vidí viac klamodrakov, čo je pravda. Po príchode klamodraka teda musí prísť pravdodrak.

Vidíme, že po pravdodrakovi do radu prichádza klamodrak a po klamodrakovi pravdodrak. Nech je teda rad ľubovoľnej dĺžky, tak začína klamodrakom a striedajú sa v ňom po jednom pravdodraci a klamodraci: klamodrak, pravdodrak, klamodrak, pravdodrak, klamodrak, ...

Ak je teda počet drakov v rade párny, tak počet klamodrakov a pravdodrakov je rovnaký, a ak je nepárny, tak je v rade o jedného klamodraka viac. V oboch prípadoch platí dokazované tvrdenie „Klamodrakov je aspoň toľko ako pravdodrakov.“

^jĹ }_0ѵ0j_0

Pozrime sa na posledného pravdodraka v rade. Všetci draci za týmto drakom sú klamodraci, keďže je to posledný pravdodrak. Tento pravdodrak pred sebou vidí viac klamodrakov ako pravdodrakov, keďže to pravdivo tvrdí (podľa zadania).

Pred posledným pravdodrakom je aspoň o jedného pravdodraka menej než klamodrakov, za ním nie je pravdodrak žiaden.

Berúc do úvahy posledného pravdodraka je teda pravdodrakov nanajvýš toľko, koľko klamodrakov. To je to isté, ako dokazované tvrdenie „Klamodrakov je aspoň toľko ako pravdodrakov.“

bnh0j§¾}

Väčšina z vás si s úlohou poradila ľavou zadnou. Niektorí ste iba nedotiahli svoju úvahu do konca a chýbalo podrobnejšie vysvetlenie, alebo ste vyriešili úlohu iba na konkrétnom počte drakov. Drakov však mohlo byť ľubovoľne veľa, a to sa musí spomenúť aj vo vašom riešení. Niektorí ste usúdili, že stále nastane rovnosť pravdodrakov a klamodrakov, čo je však vyvrátené v riešeniach vyššie, klamodrakov môže byť viac.

4 opravovali: Viki Brezinová a Peťo Kovács
najkrajšie riešenie: Stanislav Beneš

27 riešení

µ9L9j_0

Dalibor spolu s ockom rozložili na stôl 19 kamienkov. Postupne sa striedajú v ťahoch (Dalibor začína) a každý z nich si vždy zoberie 2, 3 alebo 4 kamienky. Ten z nich, ktorý už nemá z čoho ťahať, prehráva. Existuje pre niektorého z nich víťazná stratégia? Ak áno, ukážte aká a ak nie tak prečo?

|_0ɐ0j_0

Môžeme si uvedomiť, že ocko vie vždy zobrať taký počet kamienkov, že zo stola po dvoch ťahoch ubudne dokopy 6 kamienkov. Konkrétne, ak Dalibor zobral 2, ocko zoberie 4. Ak Dalibor zobral 3, ocko zoberie 3. Ak Dalibor zobral 4, ocko zoberie 2. Tým pádom po prvých dvoch ťahoch zostane na stole 19 6 = 13 kamienkov, po ďalších dvoch ťahoch zostane na stole 13 6 = 7 kamienkov a po ďalších dvoch ťahoch zostane 7 6 = 1 kamienok. Prešlo 6 ťahov a teraz je na rade Dalibor, ale on už nemôže potiahnuť, pretože zobrať 1 kamienok nebolo v tejto hre povolené, takže Dalibor prehral.

Teda vidíme, že víťazná stratégia existuje pre ocka, stačí, aby v jeho ťahoch postupoval tak, ako sme popísali vyššie.

Môžete si rozmyslieť, že rovnaká stratégia by fungovala aj pre iný počet kamienkov na začiatku, ak by tento počet bol násobok 6 alebo mal zvyšok 1 po delení 6 (čiže by to bol násobok 6 zväčšený o 1).

bnh0j§¾}

Väčšine z riešiteľov sa podarilo víťaznú stratégiu nájsť. Treba si dať pozor na to, že víťazná stratégia musí zaručovať víťazstvo bez ohľadu na ťahy súpera. Riešiteľom, ktorí nezískali plný počet bodov odporúčame, aby si pred odovzdaním svoje riešenie poriadne prečítali a overili si, či všetko zapísali správne, nič dôležité nevynechali a nepomýlili sa.

5 opravovali: Matúš Masrna a Kristín Mišlanová
najkrajšie riešenie: Stanislav Beneš

32 riešení

µ9L9j_0

Drago sa snažil usporiadať medaily do štvorca, ktorý je tvorený niekoľkými riadkami a rovnako veľa stĺpcami, ktoré sú celé zaplnené medailami (napr. na vyplnenie štvorca 3 3 potrebuje práve 9 medailí). Avšak nepodarilo sa mu to, lebo mu ostalo 89 medailí. Skúsil teda štvorec zväčšiť o jeden riadok a stĺpec, no ani to sa mu nepodarilo, ostalo mu 50 medailí. Koľko medailí má Drago dokopy?

| _0ɐ0 j _0

Najprv si vypočítajme, koľko medailí použil Drago na zväčšenie štvorca. Po prvom pokuse mu zvyšovalo 89 medailí a po zväčšení štvorca mu stále ostávalo 50 medailí, takže na pridanie jedného riadku a jedného stĺpca minul 89 50 = 39 medailí.

Jeden riadok a jeden stĺpec, ktoré pridal ku štvorcu, majú jedno spoločné políčko. Najprv odrátajme medailu, ktorú položil na toto políčko. Zvyšných 38 medailí potom rozdelíme na dve polovice, keďže v štvorci sú riadky a stĺpce rovnako dlhé. Okrem toho jedného rohového políčka teda dá aj do riadka aj do stĺpca po 38/2 = 19 medailí. To znamená, že po zväčšení mal štvorec rozmery 20 20 a pred ním 19 19.

Na záver zistíme, koľko mal teda medailí dokopy. Mal ich spolu 20 20 + 50 = 450. Pre skúšku správnosti ešte overme, že aj 19 19 + 89 = 450, takže to naozaj sedí. Drago má dokopy 450 medailí.

b n h 0 j §¾}

Väčšina z vás zvládla úlohu vyriešiť správne a podobne ako vo vzorovom riešení (: Jediné, čo by sme pripomenuli, je, že ak úlohu vyriešite skúšaním, tak je potrebné povedať, prečo si myslíte, že je to jediné správne riešenie.

6 opravovala: Janka Baranová

najkrajšie riešenie: Timotej Války, Alica Foldesová

24 riešení

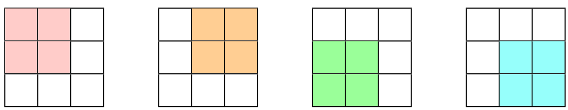
µ 9L9 j _0

Na žrebíku sú v políčkach tabuľky 3 3 napísané čísla od 1 do 9, každé práve raz. Čísla sú rozmiestnené tak, že každý zo štyroch 2 2 blokov (v rohoch tabuľky) má rovnaký súčet čísel v ňom. Aký najväčší môže byť tento súčet? Vysvetlite, prečo sa väčší súčet určite nedá dosiahnuť a nakreslite rozmiestnenie čísel v tabuľke pri najväčšom súčte.

| _0ɐ0 j _0

Označme si jednotlivé políčka našej tabuľky písmenami A - I ako na obrázku. Zadanie nám hovorí, aby sme čísla od 1 do 9 umiestnili do tabuľky tak, aby každý zo štyroch štvorcov 2 2 mal rovnaký súčet (farebné štvorce na obrázku).

A	B	C
D	E	F
G	H	I



Naše 4 štvorce majú takéto súčty:

$A + B + D + E$	ružový štvorec
$B + C + E + F$	oranžový štvorec
$D + E + G + H$	zelený štvorec
$E + F + H + I$	modrý štvorec

Všimnime si, že políčko E (stredné políčko tabuľky) sa nachádza v každom štvorci. Políčka B, D, F a H sa nachádzajú v dvoch štvorcoch a ostatné 4 políčka sa nachádzajú len v jednom štvorci.
Našou úlohou je nájsť čo najväčší súčet čísel v jednotlivých 4 farebných štvorcoch tak, aby boli tieto 4 súčty rovnaké. Keďže všetky 4 súčty majú byť rovnaké a zároveň hľadáme tie najväčšie, tak to znamená, že hľadáme čo najväčší súčet všetkých 4 farebných štvorcov dohromady.
Poďme sa teda pozrieť na to, aký najväčší súčet môžu mať tieto 4 štvorce dohromady, tento súčet je:

$$4 \quad E + 2 \quad (B + D + F + H) + A + C + G + I:$$

Do celkového súčtu započítame 4-krát stredné políčko E, 2-krát políčka B, D, F a H a 1-krát políčka A, C, G a I. Ak by sme tento súčet chceli dostať maximálny možný, tak za E dosadíme najväčšie číslo, čiže 9, za B, D, F a H ďalšie veľké čísla 5, 6, 7 a 8 a za A, C, G a I ostatné štyri čísla – 1, 2, 3 a 4. Celkový súčet by v tomto prípade bol

$$4 \quad 9 + 2 \quad (5 + 6 + 7 + 8) + 1 + 2 + 3 + 4 = 98:$$

Tento celkový súčet predstavuje súčet našich 4 štvorcov, pričom vieme, že súčty majú byť rovnaké. Preto celkový súčet musí byť násobkom 4 (lebo 4 rovnaké súčty v štvorcoch 2 2). Číslo 98 ale nie je násobkom 4, keďže $98 : 4 = 24$ zv. 2, preto tento maximálny možný súčet nie je možné dosiahnuť. Hľadáme teda najbližšie menšie číslo deliteľné 4, a to je 96, lebo $96 : 4 = 24$. Maximálny súčet našich štyroch štvorcov bude preto 24. Teraz už len stačí nájsť príklad, ako súčet 24 dosiahneme, vyhovuje napr. tento:

5	7	2
3	9	6
4	8	1

pn¶j¾h c9 nq}9®n®9§0ξc´I Chcela som vám ukázať, ako sa k riešeniu dostať, ale váš postup mohol byť kľudne kratší a postavený naopak. Stačilo mi ukázať tabuľku, kde je súčet 24, povedať, že 24 je ten maximálny súčet a odôvodniť, prečo súčet 25 už nejde dosiahnuť. To ste mohli ukázať tak, že maximálny súčet, ktorý vieme dosiahnuť je 98, čo je menej ako $4 \quad 25 = 100$. Hotovo :)

bnhOj§¾}

Som veľmi rada, ako veľa správnych riešení ste k tejto, najťažšej, úlohe odovzdali. Najčastejšou chybou bolo, že aj keď ste našli tabuľku vyplnenú tak, aby ste dosiahli najväčší súčet – 24, tak ste už nezdôvodnili, prečo súčet 25 nevieme dosiahnuť. Druhým nedostatkom bolo, že ste poriadne nekomentovali svoje kroky, ktoré robíte, a tak tí, ktorí ste mali zlý výsledok, ste nemohli dostať veľa bodov, aj keď ste možno uvažovali dobre, čo je škoda.

8«§n}_ ®¶n}n®ⁱH\ }_OɐOj∂I Erik Berta, Viktória Brezinová, Martin Albert Gbúr, Patrik Paľovčík, Róbert Sabovčík, Žaneta Semanišinová, Timea Szöllősová

µ9L9j_9 ©u Ĺ}_0 ωen\ e0§jĹ\n 0h0 §}9

Riešenia pošlite najnekôr do ¨u h¾a9 ©·©o

œen\9 o

K9e_@n} 9 j9ˆ∂ ¶_ §_g ċ∂ en Lnh« \n §_jH9u mcnenqnq∂a9aωH_ n űnh qn®0L9e_ j9 e0] Ln®jĹI

- *p0gnI Ċ∂ en a0 j¾ n@cnh ¨u*
- *b«@nI Ċ∂ en a0 j¾ n@cnh £u*
- *g9}§_jI Ċ∂ en a0 j¾ n@cnh ©u*
- *K9jnI Ċ∂ en a0 j¾ n@cnh Vu*
- *~q_ɐnI Ċ∂ en a0 ®Þċɐ_0 9cn o·u*

p}0¶}9L_e_ 0ɐ§0J ˆ0 q}¾®0 a0L0j ¶ j_H\ j0\n®n}_e q}9®L«u b§n §n @ney i9ah0jɐ_0 ċ∂ enJ c§n}Ĺ qźű9 ɐ§´}_ ¶ «®0L0j⸗H\ ®⸗}ncn® 9 a0L0j j0 qźű9 a0 ċ∂ en \n §_jH9u 8cĹ ċ∂ en h¾ \n §_j0Hy

œen\9 ©

pnhnHj∂H_ H\nL_9 j9 ®nL« c qn§nc«u -0L_0}cn c9ˆLĹ\n ¶ qnhnHj∂cn® a0 _j9c ®0ʅcĹI h9aω n@a0h´ 3J 4J 5J 6J 7J 8 9 9 e_§}n®u pnhnHj∂H_ _ ®0L_0}c9 h0L¶_ 0@n« j0qnˆ_ċ_9] ®9aω 9 ®ˆL´ _H\ q}_j0 ω ωqej0 qejĹ ®nL´u

- *ɏ§0®n q}_j0 _0 ®n ®nanh ®0L_0}c« ®_9H ®nL´ 9cn ~9hnu*
- *g9§ωɐ @´ h« 0ɐ∂ g qn ®nL« §}_c}¾§J 9@´ q}_j_0 ne q}¾®0 §nʅcn ®nL´J cnʅcn N}_c ® a0Ljnh ®nanh ®0L_0}c«u*
- *\`9jċ_\n ®0L_0}cn a0 e0j n L®9 e_§}0 ®Þċɐ_0 9cn ~9hn®0u*
- *~¾h Ʒ«@n q}_j0 _0 §nʅcn ®nL´J cnʅcn g9§ωɐ 9 ~9hn Lncnq´u*
- *b0ǵ _Lω qn ®nL« \`9jċ_ 9 Ʒ«@nJ q}_j0 ω }n®j9cn ®0ʅ9 ®nL´ 9cn b«@nJ ɏ§0®n 9 ~9hn Lncnq´u*

bnʅcn ®nL´ q}_j0 ω ɏ§0®n 9 Ʒ«@n Ln\}nh9L´y

œen\9 ¨

i0¶@0Lj∂c q∂ 9ɐ j9 §9@«ʅ« Ln }9L« ċ∂ e9u µ9ċ9ɐ §⸗hJ ˆ0 j9q∂ 9ɐ 5 9 17u pn§nh qn] c}9ċn®9ɐ j9 e0Ln®j0I 8c @nen qn e0LjĹ j9q∂ 9jĹ ċ∂ en L0ɐ_§0ʅjĹ 3J §9c 9cn ǵ9ɐɐ_0 ċ∂ en j9q∂ 9ɐ §}0§_j« §n\§n qn e0LjĹ\n ċ∂ e9u ^j9c j9q∂ 9ɐ ωċ0§ qn e0Lj⸗H\ L®nH\ ċ∂ 0ɐJ c§n}Ĺ @nɐ_ j9 §9@«ɐ_u 8cĹ ċ∂ en j9q∂ 9ɐ 9cn 157:y

œen \9 V

NeTn®_9 h9e_ 2 \}9H_0 cnHc´J a0Lj« ċ0}®0jω 9 a0Lj« hnL}ωu i9 }n¶L_0e nL jn}h¾ej´H\ cnH_0c j9 j_H\ j0@ne_ ċ∂ e9 nL 1 *Ln* 6*u i9 ċ0}®0j0a cnHc0 @ne_ ċ∂ e9* 1*J* 2*J* 2*J* 3*J* 3*J* 4*u i9 hnL}0a cnHc0 @nen* 6 *H0e⁴H\ ċ∂ 0e ®Þċeɐ∂H\ 9cn* 0*u -_0h0J ˆ0 c9ˆL⁴ ωċ0§ L®nH\ ċ∂ 0e j9 §⁴H\§n L®nH\ cnHc¾H\ hQˆ0 0eT \nL_g }n®j9cn ®0ʗ9 qQ n@h_ 9cn c0@´ §_0§n cnHc´ h9e_ j9 §0j¾H\ ce9 _Hc´ ċ∂ e9 nL* 1 *Ln* 6*u r i9q}∂ce9L ωċ0§* 4 *®_0h0 L®nh9 ce9 _Hc⁴ h_ cnHc9h_ \nL_g 9cn* 1 + 3*J* 2 + 2 9 3 + 1*u g « _9 §0L9 0²_ §n®9g q}¾®0* 3 *qQ n@´ 9cn \nL_g ωċ0§* 4 *9a j9ɐ_h_ 0eT c⁴h_ cnHc9h_ Ś ċ0}®0jn« 9 hnL}n«us 8cĹ ċ∂ e9 @ne_ j9 hnL}0a cnHc0y*

œen \9 U

g9q9 §}9 ´ @ne9 ® §®9}0 §}na«\nej∂c9 ABC ® c§n}nh qe9§∂J ˆ0 jACj > jABju i9 a0\n §}9j0 AC 9 h0L¶_ @nLh_ A 9 C j9H\¾L¶9 h0 §n D §9cJ 9@´ qe9§_en jABj = jADju -_0h0 j9®´ɐ0J ˆ0 }n¶L_0e «\en® ABC 9 ACB a0 30 *§«qűn®u μ_ §_§0 ®0ʗcn g «\e9 CBDu*

œen \9 £

i9 §ne0 a0 qnenˆ0j⁴H\ Ln }9L« j_0cnʗcn h_jH∂J j_0c§n}Ĺ }«@nh j9\n} 9 j_0c§n}Ĺ e∂Hnhu g_jH0 _K9e_@n} qn¶}_0J nL∂L0 ¶ h_0 §jn §_9 cωɐ9aωH_ ¶9 a0\n j0q}∂§nhjn §_ nLn@0}_0 a0Lj« h_jH«u m §9§jĹ h_jH0 hQˆ0 qnn@}9H9g j9 e0L«aωH_h qQ n@nhI ®´] @0}_0 _ j0a9cĹ L®0 ʗ«@n®nʗjĹ h_jH0 9 n@0 _H\ n@}¾§_J qn§nh _ hQˆ0 ®´@}9g ǵ9eɐ_0 L®0 ʗ«@n®nʗjĹ h_jH0 9 n@}¾§_g _H\ 9§ǵuuu ¦0j§n qn §«q hQˆ0 nq9cn®9g cnʗcnc}¾§ H\H0u pn§nh K9e_@n}9 ¶9®ne¾ qÞg 9 Ln®ne∂ h« _q}0¶}_0g 9cn ω 9c§«¾ej0 h_jH0 n§nċ0jĹu i9 ¶¾®0} h« qnenˆ∂ n§¾¶c«J ċ_ nLn@}9e }«@ 9e0@n e∂Hu Knc¾ˆ0 §n K9e_@n} _ §n§n« ¶_ §_gy 8c ¾jnJ §9c 9cny 8c j_0J §9c q}0ċny

pn}9L_0 qn ou Ĺ}_ e0§jĹ\n 0h0 §}9

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1. - 10.	Richard Semanišin	Z4	ZPAngKE	9	9	9	9	9	9	54
	Hana Ihnátová	Z5	ZObcSeč	9	9	9	4	9	9	54
	Timotej Války	Z5	ZBoroBA	9	9	9	9	9	9	54
	Stanislav Beneš	Z4	P107NYC	9	9	9	9	9	-	54
	Daniela Tkáčová	Z5	ZLevoSN	9	9	9	9	9	9	54
	Alena Chladná	Z5	ZKJNŠSt	9	9	9	9	9	9	54
	Marek Mičko	Z4	ZKro4KE	9	9	9	9	9	-	54
	Alica Foldesová	Z4	GES	9	9	9	-	9	9	54
	ŠImon Jonaštík	Z4	ZZnieBA	9	9	9	6	9	9	54
	Žofia Bartová	Z6	ZBajkBA	9	9	9	9	9	9	54
11.	Katarína Tóthová	Z4	ZHôrky	9	9	9	9	8	1	53
12. - 14.	Marie Kasalová	Z6	GTruhla	9	9	9	9	9	7	52
	Magdaléna Škriabová	Z6	ZKro4KE	9	9	9	9	9	7	52
	Hana Erdélyiová	Z5	ZPankBA	9	9	8	9	9	-	52
15. - 16.	Ondrej Medo	Z4	ZSchmit	4	9	9	9	9	-	49
	Attila Zajdek	Z4	ZBuzica	4	9	9	9	9	-	49
17.	Gréta Zajdek	Z3	ZBuzica	5	6	9	9	9	-	47
18. - 19.	Matej Hrin	Z4	SZSloSB	4	6	8	9	9	5	46
	Ľuboš Šesták	Z6	ZVývoBA	6	5	9	8	9	9	46
20.	Eliška Brajerčíková	Z5	ZŠmerPO	4	6	9	9	7	8	45
21.	Katarína Šestáková	Z4	ZVývoBA	9	8	-	9	-	9	44
22. - 23.	Ladislav Kliment	Z4	ZLNovKE	9	7	5	4	4	3	38
	Peter Kovalik	Z4	SZSloSB	3	2	4	9	4	9	38
24. - 25.	František Bublák	Z6	GABerSC	3	6	9	8	9	1	36
	Vojto Bálint	Z4	ZGaštZA	9	9	-	-	9	-	36
26. - 27.	Daniel Takáč	Z6	GAlejKE	4	4	8	0	6	8	30
	Leon Maximilian Falat	Z4	SZSloSB	3	2	7	7	3	3	30
28.	Natália Kropuchová	Z5	ZKro4KE	9	-	9	-	9	-	27
29.	Patrik Sklenár	Z3	ZKom6SL	4	1	-	-	9	3	26
30.	Silvia Grausová	Z5	ZTSNPBB	3	2	7	-	8	3	25
31.	Šimon Varga	Z6	ZKro4KE	4	7	3	7	-	-	21
32.	Damián Fedor	Z5	ZJuhVnT	4	9	-	-	6	1	20
33.	Michal Szöllös	Z2	ZŠCád	8	-	-	-	-	-	16
34.	Marián Jurčiak	Z5	SZSloSB	4	1	-	1	8	-	14
35.	Adam Bakoš	Z6	ZFKráZC	6	2	-	-	2	-	10
36.	Zora Fedorová	Z4	ZAKubTT	1	0	3	-	-	-	7
37.	Tomáš Petík	Z5	ZŠmerPO	2	1	-	-	-	0	3