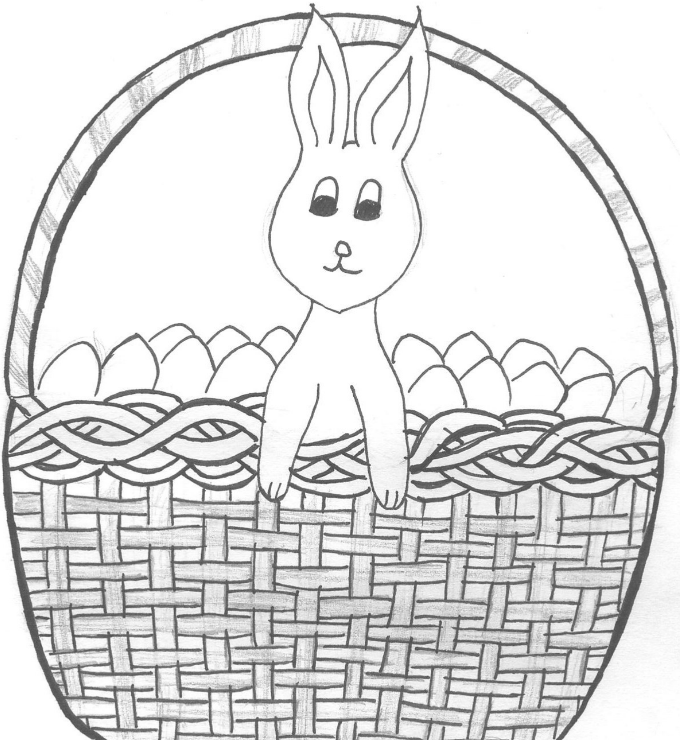
MALYNÁR

Číslo 5 — Ročník 28 malynar.strom.sk



8 \na§OR

Takže 1. sériu už máme za sebou, riešenia sú opravené a body zrátané. No ak vás trápi nízke skóre, nezúfajte! Je tu séria číslo 2 a s ňou aj ďalšia šanca nahrabať si drahocenné bodíky. Ale ani tí na vrchole tabuľky by nemali zaspať na vavrínoch. Aj ostatní si iste brúsia zuby na pozvánky na vytúžené sústredenie, ktoré nás po 2. sérii čaká. Tak hor sa do toho a príjemné rátanie!

Vaši milovaní vedúci MALVNÁRa

8cn @«L0

¦¾@n} he9L⁊H\ h9§0h9§_cn®

Aj toto leto môžeš stráviť týždeň plný zábavy s kamarátmi a super vedúcimi na Tábore mladých matematikov. Môžeš sa tešiť na neopakovateľný program, zábavne podanú matiku a príjemnú spoločnosť.

TMM sa bude konať 11. - 18. augusta v Chate Radzim pri obci Vyšná Slaná a je určené pre budúcich siedmakov až budúcich druhákov na strednej škole. Kompletné informácie, ako aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke. Nenechávaj si prihlásenie na poslednú chvíľu, lebo počet miest je obmedzený. Tešíme sa na teba.

© t ¶ L9j∂

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).

Peniaze získané z 2% využívame na pokrytie časti nákladov spojených s aktivitami pre vás (kopírovanie časopisov, poštovné, ceny na súťažiach, aktivity na sústredeniach...).

Chceme vás preto poprosiť, aby ste rodičom, členom svojej blízkej aj vzdialenej rodiny, susedom a pokojne aj cudzím ľuďom na ulici porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým skupine mladých cieľavedomých ľudí zabezpečujúcich chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh semináru, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.

Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `\§§q I¤¤¶L}«¶0j_0u §}nhu c¤ c¤¶L}«¶0j_0¤©q0}H0j§9¤` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `_jTn> §}nhu c`.

Ďakujeme!

-¶n}n®Ĺ }_0ɐ0j_9 ou Ĺ}_0 ωen\ ɐ0§jĹ\n 0h0 §}9

1 opravovali **Gabča Genčiová** a **Martin Šalagovič**

najkrajšie riešenie: Žofka Bartová

85 riešení

µ9L9j_0

Na zozname boli zapísaní (nie nutne v tomto poradí) Adam, Barča, Cyril, Dory, Ema a Fred. Každý z nich povedal jeden pravdivý výrok:
Adam: „Som zapísaný v prvej polovici zoznamu.“
Barča: „Moje poradové číslo je o jeden menšie, ako má Dory.“
Cyril: „Nie som posledný.“
Dory: „Ema nie je v druhej polovici zoznamu.“
Ema: „Mám párne poradové číslo.“
Fred: „Moje poradové číslo na zozname je menšie, ako má Adam.“
Zistite, v akom poradí boli súrodenci zapísaní na sprchovacom zozname, ak vieme, že na každom mieste môže byť zapísaný len jeden. Nájdite všetky možnosti a odôvodnite, že iné nie sú.

|_0ɐ0j_0

Z Dorynho výroku vieme, že Ema sa nachádza v prvej polovici zoznamu, a teda na prvých troch miestach. Podľa Emy vieme, že je na párnej pozícii. Z prvých troch miest je iba druhé miesto párne.
Ema je druhá.
Adam je zapísaný v prvej polovici zoznamu. Fredovo poradové číslo je menšie ako Adamovo, čiže sa na zozname nachádza nad ním, a teda tiež musí byť v prvej polovici zoznamu. V nej nám ostalo iba prvé a tretie miesto. Fred musí byť nad Adamom.
Fred je prvý.
Adam je tretí.
Barča o sebe tvrdí, že jej poradové číslo je o jeden menšie, ako má Dory. Dory sa nachádza na zozname za Barčou. Keby bola Barča posledná, Dory by sa už nemohla za ňou nižšie nachádzať. Zo zadania vieme, že posledný nemôže byť ani Cyril a Fredovo, Emino a Adamovo miesto už vieme.
Posledná môže byť iba Dory, je teda šiesta.
O Barči už vieme, že jej poradové číslo je o jeden menšie ako Doryno.
Barča je piata.
Jediné miesto pre Cyrila nám ostalo štvrté.
Cyril je štvrtý.
Všetky podmienky sú splnené a nikde sme nemali dve možnosti doplnenia osoby k miestu, je to teda jediná možnosť.

bnh0j§¾}

Je super, v akom veľkom počte ste si poradili s touto úlohou na 9 bodov. Pri čítaní úlohy si dávajte pozor na to, ako znie zadanie. Nezabudnite, že bolo dôležité dokázať, že ste našli všetky možnosti a iné nie sú. Pár z vás si aj zle prečítalo výroky a pracovalo s inými. Aj preto je dobré si zadanie prečítať kľudne viackrát. Pri svojich riešeniach sa nestačilo odvolávať na výrok jedného zo súrodencov, ale bolo dôležité spomenúť, čo z neho vyplýva.

2

opravovali **Vraťo Madáč** a **Janči Richnavský**

najkrajšie riešenie: Oliver Seman

68 riešení

µ9L9j_0

Na stole sú 3 nádobky, v jednej sú červené jablká, v druhej zelené a v tretej červené aj zelené. Nádobky sú označené nápismi „červené“, „zelené“ a „červené a zelené“, avšak každá má na sebe zlý nápis. Môžete si určiť nádobku a so zavretými očami vytiahnuť jablko. Na koľko najmenej vytiahnutí jabĺk (so zavretými očami) a pozretí si ich farby vieme s istotou určiť, ako majú byť nádobky označené správne? Nezabudnite, že vopred neviete, aké jablko vytiahnete, preto rozoberte všetky možnosti.

|_0ɐ0j_0

Keďže všetky nápisy na nádobkách sú nesprávne, tak vieme, že v nádobke teraz označenej ako „červené a zelené“ môžu byť buď iba červené, alebo iba zelené jablká. Preto po vytiahnutí jablka z tejto nádoby určite vieme, aké jablká sú v skutočnosti vo vnútri. Preto potiahneme jedno jablko z tejto nádobky a podľa toho, aké vytiahneme, si rozdelíme riešenie na dve možnosti, ktoré môžu nastať:

- Z nádobky označenej ako „červené a zelené“ vytiahneme červené jablko. Potom vieme, že v tejto nádobke sú určite červené jablká. V zvyšných dvoch nádobkách, ktoré majú označenie „červené“ a „zelené“ musia byť nejako uložené zvyšné jablká, ostávajú nám „zelené“ a „červené a zelené“ jablká. Keďže kvôli tomu, že nápisy klamú, „zelené“ nemôžu byť v nádobke s nápisom „zelené“, tak musia byť v nádobke označenej ako „červené“. Ostávajú nám „červené a zelené“, ktoré musia byť v poslednej nádobke, a teda v nádobke označenej ako „červené“.

- Z nádobky označenej ako „červené a zelené“ vytiahneme zelené. Potom vieme, že v tejto nádobke sú určite zelené jablká. V zvyšných dvoch nádobkách, ktoré majú označenie „červené“ a „zelené“ musia byť nejako uložené zvyšné jablká, ostávajú nám „červené“ a „červené a zelené“ jablká. Keďže „červené“ jablká nemôžu byť v nádobke s nápisom „červené“, tak musia byť v nádobke označenej ako „zelené“. Ostávajú nám „červené a zelené“ jablká, ktoré musia byť v poslednej nádobke, a teda v nádobke označenej ako „zelené“.

Ukázali sme, že na jedno vytiahnutie jablka z nádobky „červené a zelené“ vieme s istotou určiť správne označenia nádobiek. Je zjavné, že na nula vytiahnutí to nejde, a práve preto je 1 minimálny počet. V riešení sme rozobrali všetky možnosti, aké môžu nastať, a preto si môžeme byť istí, že tento postup bude fungovať vždy.

b n h 0 j §¾}

To, že nápisy na nádobkách sú nepravdivé, mnoho z vás nevzalo do úvahy, pri čom je to informácia, ktorá nám hovorí viac ako sa mohlo zdať. Preto ste potom ťahali jabĺk viac ako bolo potrebné. Nezanedbateľný počet z vás riešil úlohu spôsobom, v ktorom sme potrebovali „štastie“ alebo „náhodu“. Pri takých úlohách, kde hľadáme všeobecné riešenie, musíme nájsť taký postup, ktorý nás ku správnemu výsledku dovedie vždy, nielen ak budeme mať spomínané „šťastie“.

3 opravovali **Róbert Sabovčík** a **Michal Masrna**

najkrajšie riešenie: Teodor Malaschitz

70 riešení

µ9L9 j _0 Pole má tvar trojuholníka ABC. Uhol pri vrchole C je 40 . Osi uhlov pri vrcholoch A a B sa pretnú v bode D. Aký veľký je uhol ADB? Úlohu riešte všeobecne a bez rysovania.

| _0ɐ0 j _0

Označme si uhol CAB ako , ABC ako a BCA ako . Vieme, že = 40 . Keďže vieme, že súčet veľkostí uhlov v trojuholníku je 180 , tak vieme, že + = 180 40 = 140 . Vieme, že osi uhlov delia uhly na polovicu, a teda že platí, že uhol $DAB = \frac{\alpha}{2}$ a $ABD = \frac{\beta}{2}$. Rovnicu + = 140 vydelíme 2 a dostaneme $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$ = 70 . Pozrime sa teraz na trojuholník ABD. Aj v ňom musí byť súčet vnútorných uhlov 180 . Vieme už, že súčet $DAB + ABD$ je 70 , a teda si veľkosť uhla ADB dopočítame ako 180 70 = 110 .

b n h 0 j §¾}

Mnohí z vás stratili body na tom, že si zvolili iba nejakú konkrétnu hodnotu veľkostí uhlov, pre ktorú ste to dopočítali. Úlohu bolo treba riešiť všeobecne. Taktiež si treba dávať pozor na to, aby ste poriadne a exaktne popísali svoj postup tak, aby bolo zjavné, prečo platí to, čo tvrdíte.

4 opravovali **Timka Szöllősová** a **Maťo Spišák**

najkrajšie riešenie: Evka Krajčiová, Michal Vodička

77 riešení

µ9L9 j _0

Na stole je položená klasická hracia kocka (súčet čísel na protiľahlých stenách je 7). Pri stole sedí 5 Fredových súrodencov, z ktorých všetci vidia práve 3 steny kocky.

Fred im položil otázku: Aký je súčet čísel na stenách, ktoré vidíte? Dostal od nich takéto odpovede: Anita – 7, Blahoslav – 9, Ctibor – 10, Dobroslav – 14, Eugen – 15, avšak jeden z nich nevie počítať. Kto to je? Nezabudnite vysvetliť, prečo práve on.

|_0ɐ0j_0

Každé dieťa videlo práve tri strany kocky, nikto nemohol vidieť dve steny, čo ležia oproti sebe, takže každý videl práve jedno číslo z každej dvojice 1+6, 2+5 a 3+4. Vypíšme si všetky možnosti ako vieme zvoliť tieto trojice, a poznačíme si, kto povedal daný súčet:

$1 + 2 + 3 = 6$	to nevidel nikto
$1 + 2 + 4 = 7$	toto videla Anita
$1 + 5 + 3 = 9$	videl Blahoslav
$1 + 5 + 4 = 10$	videl Ctibor
$6 + 2 + 3 = 11$	nevidel nikto
$6 + 2 + 4 = 12$	nevidel nikto
$6 + 5 + 3 = 14$	videl Dobroslav
$6 + 5 + 4 = 15$	videl Eugen

Deti teda videli postupne súčty $1 + 2 + 4$, $1 + 5 + 3$, $1 + 5 + 4$, $6 + 5 + 3$ a $6 + 5 + 4$. Všimnime si, že každé z čísel 1,3,4 a 6 sa nachádza aspoň v dvoch, ale najviac v troch súčtoch detí, číslo 2 má vo svojom súčte iba Anita a číslo 5 sa nachádza práve v štyroch zvyšných súčtoch. Pretože kocka je položená na stole, leží na jednej stene a číslo na nej nemohol mať vo svojom súčte nikto. Naopak, jedno z čísel je navrchu, a toto číslo by mal vidieť každý. Pretože sa mýlila práve jedna osoba, tak jedno z čísel sa bude nachádzať v aspoň štyroch súčtoch. My sme zistili, že číslo 5 sa nachádzalo v súčtoch Blahoslava, Ctibora, Dobroslava a Eugena a nemala ho vo svojom súčte Anita. Čislo 5 teda bude na vrchu kocky, a mýlila sa Anita.
Ešte môžeme doplniť, že ak je na vrchu 5, tak na spodku musí byť 2 a toto číslo teda nemohol vidieť nikto. Anita ho však mala vo svojom súčte, čo nám ešte raz potvrdí to, že sa mýlila práve ona.

^jĹ }_0ɐ0j_0 (menej skúšania možností):

Uvedomme si, že keďže kocka je položená na stole, tak jednu zo stien nemôže vidieť nikto. Taktiež je nemožné, aby jeden človek videl obidve z ľubovoľnej dvojice protiľahlých stien. Každý teda vidí trojicu stien, ktoré majú všetky práve jeden spoločný vrchol, a nutne každý vidí vrchnú stenu. Existujú 4 dvojice bočných stien, ktoré môžeme vidieť, každá s iným súčtom.
Každá bočná stena susedí s dvoma bočnými stenami, takže ak každý z tejto štvorice videl inú dvojicu bočných stien, tak každú bočnú stenu do svojho súčtu zarátali

práve dvaja z tejto štvorice. Každý z nich videl vrchnú stenu, a tak môžeme súčet súčtov tejto štvorice ľudí vyjadriť v závislosti na vrchnej stene takto:

$$S = 4 \cdot v + 2 \cdot 2 \cdot 7 = 4 \cdot v + 28;$$

kde v je hodnota na vrchnej stene, každá dvojica protiľahlých stien má súčet 7, sú dve rôzne také dvojice a každá bola zarátaná dvakrát. Všimnime si, že tento súčet je deliteľný 4.
Z 5 detí môžeme do hľadanej štvorice vybrať 4 z nich piatimi spôsobmi, a spočítame súčet súčtov každej štvorice:

$$S = 7 + 9 + 10 + 14 = 40;$$
$$S = 7 + 9 + 10 + 15 = 41;$$
$$S = 7 + 9 + 14 + 15 = 45;$$
$$S = 7 + 10 + 14 + 15 = 46;$$
$$S = 9 + 10 + 14 + 15 = 48:$$

Z týchto súčtov sú deliteľné 4 iba prvý a posledný, preto vieme, že nesprávny súčet bol buď 15 alebo 7 (čísla, ktoré sa nevyskytujú v prvej alebo piatej rovnosti). Potrebujeme zistiť, ktorý z týchto súčtov mohol niekto vidieť a ktorý nie. Pre $S = 40$ a $S = 48$ dopočítame hodnotu na vrchnej kocke:

$$S = 40 \Rightarrow v = \frac{40 - 28}{4} = \frac{12}{4} = 3;$$
$$S = 48 \Rightarrow v = \frac{48 - 28}{4} = \frac{20}{4} = 5:$$

Súčet 15 na 3 stenách kocky je možné získať iba ako $4 + 5 + 6$, súčet 7 môžeme dostať iba ako $1 + 2 + 4$. Vidíme, že žiadny z týchto súčtov neobsahuje číslo 3, čo znamená, že 3 nemohlo byť číslo na vrchnej stene. Z toho dôvodu nevyhovuje ani $S = 7 + 9 + 10 + 14 = 40$, a preto Anita nemohla narátať súčet 7 a musela sa zmýliť práve ona.

b n h 0 j §¾}

Väčšina z vás pri riešení postupovala skúšaním možností súčtov na stranách kocky, a správne odôvodnili, že v týchto súčtoch hľadá buď číslo, ktoré sa vyskytuje v štyroch súčtoch, alebo číslo, čo sa vyskytuje iba v jednom. Niektorí z vás ste sa snažili vypisovať rôzne možnosti otočenia kocky, ale nie vždy ste ich vypísali všetky, a za to sme vám často museli strhnúť body. Takže nabudúce pozor, že ak vypisujete možnosti, treba ich naozaj všetky.

5 opravovali **Kel Hricová** a **Samo Krajči**

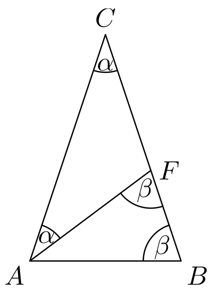
najkrajšie riešenie: Nikto :(

49 riešení

µ9L9j_0

V trojuholníku ABC platí $jACj = jBCj$. Na úsečke BC je bod F taký, že $jABj = jAFj = jFCj$. Nájdite hodnoty vnútorných uhlov trojuholníka ABC. Úlohu riešte všeobecne a bez rysovania.

|_0ɐ0j_0



Keďže ACF je rovnoramenný trojuholník, tak uhly CAF a ACF sú rovnaké. Označme ich . Trojuholník AFB je tiež rovnoramenný a teda uhly ABF a BFA sú rovnaké, označme ich . Trojuholník ABC je tiež rovnoramenný a teda uhly ABC a BAC sú rovnaké, teda sú . To znamená, že trujuholníky ABC a BFA sú podobné, pretože majú dva rovnaké uhly. Z toho vyplýva, že uhly FAB a ACB sú rovnaké, čiže uhol FAB je . Teraz sa pozrime na uhol BAC. Vieme, že sa skladá z uhlov FAB a CAF a tiež, že má veľkosť , teda vieme, že 2 = . No a keďže v trojuholníku ABC máme uhly , a a ich súčet je 180 . To znamená, že 5 = 180 , a teda = 36 . No a teda uhly v trojuholníku ABC sú 36 , 72 a 72 . Avšak pri tomto postupe sme vychádzali z toho, že nejaké trojuholníky FAB a AFC existujú. To však nemusia, ak F je buď v bode C, alebo v bode B. Takže musíme vyriešiť aj tieto dva prípady.

Ak $F = C$, tak úsečky AF a FC zrejme nemôžu byť rovnaké, pretože úsečka CF má nulovú dĺžku.

Ak $F = B$, tak úsečky AB a AF sú stále rovnako dlhé a ešte musia byť aj rovnaké ako BC, a teda trojuholník ABC musí byť rovnostranný, čiže všetky jeho uhly sú 60 .

bnh0j§¾}

V úlohe sa bolo treba zamyslieť nad všetkými možnými umiestneniami bodu F na úsečke BC. Mnohí ste si či už s jedným alebo s druhým prípadom hravo poradili, avšak ani jednému riešiteľovi sa nepodarilo vyriešiť úlohu na plný počet bodov.

6 opravovali **Viki Brezinová** a **Lenka Hake**

najkrajšie riešenie: Marie Kasalová

45 riešení

µ9L9j_0

Tatko Zajko a Mamka Zajková spoločne organizujú večierok. Pozvali štyri ďalšie manželské páry (každý manželský pár sa samozrejme navzájom pozná). Tatko Zajko a Mamka Zajková nemusia nutne poznať každého pozvaného. Na večierku si podajú ruky tie dvojice ľudí, ktoré sa nepoznajú. Potom sa Tatko Zajko každého okrem seba opýtal, s koľkými ľuďmi si podali ruku. Každý mu povedal iné číslo. S koľkými ľuďmi si podala ruku Mamka Zajková?

| _0ɐ0 j _0

Na večierku bolo spolu 10 ľudí. Každý z nich určite pozná svojho partnera a nikto si samozrejme nepodá ruku sám so sebou. Takže každý si mohol podať ruku nanajvýš s 8 a najmenej s 0 ľuďmi. Tatko Zajko musel preto na svoju otázku dostať od deviatich opýtaných odpovede 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 a 8.
Zamyslime sa nad človekom s 8 podaniami rúk. Tento človek si určite podal ruku so všetkými ôsmimi okrem seba a svojho partnera. Teda všetci okrem jeho partnera si podali ruku aspoň s 1 človekom a jediný, kto si mohol podať ruku s 0 ľuďmi, je jeho partner. Vidíme, že jeden pár musia tvoriť ľudia s 8 a 0 podaniami rúk.
1. pár sme uzavreli, teda ďalej už budeme uvažovať len o skupine zvyšných 8 ľudí, z ktorých každý už má isté 1 podanie. Podobne ako predtým človek s 8 podaniami si aj človek so 7 podaniami rúk musel podať ruku so všetkými šiestimi v skupine okrem seba a svojho partnera. Teda jediný, kto si mohol podať ruku s práve 1 človekom je jeho partner. Vidíme, že 2. pár musia tvoriť ľudia so 7 a 1 podaním rúk.
Odmyslime si aj 2. pár a ostane nám skupina 6 ľudí, z ktorých každý už má isté 2 podania. Rovnakým spôsobom ako vyššie dospejeme k zisteniu, že jediný, kto môže mať práve 2 podania je partner človeka so 6 podaniami, keďže je to jediný človek v skupine, s ktorým si človek so 6 podaniami nepodá ruku. Našli sme 3. pár.
Pre skupinu 4 ľudí, z ktorých každý už má isté 3 podania, opäť rovnako zistíme, že práve 3 podania môže mať jedine partner človeka s 5 podaniami. To je 4. pár.
Ostali nám 2 ľudia, obaja aspoň so 4 podaniami, o ktorých naviac vieme, že musia tvoriť posledný 5. pár. Partneri sa navzájom poznajú, takže ani jeden si už s nikým ďalším ruku nepodal a obaja majú práve 4 podania. A už poznáme aj posledný pár.
Jediné číslo, ktoré sa medzi zistenými počtami podaní rúk opakuje je 4. Aby mali všetci okrem Tatka Zajka rôzny počet podaní rúk, tak si Tatko Zajko musel podať ruku s práve 4 ľuďmi. Už vieme, že jediný dvaja ľudia so 4 podaniami rúk tvoria pár. Preto, keďže si Tatko Zajko podal ruku so 4 ľuďmi, tak si aj jeho partnerka, Mamka Zajková, podala ruku so 4 ľuďmi.

b n h 0 j §¾}

Bohužiaľ, zadanie tejto úlohy si mnohí z vás nesprávne vyložili. Pod „každý manželský pár sa samozrejme navzájom pozná“ bolo myslené, že každý manžel pozná svoju manželku a naopak, a nie to, že by sa medzi sebou poznali jednotlivé páry. A vete „Tatko Zajko a Mamka Zajková nemusia nutne poznať každého pozvaného.“ zodpovedá napríklad aj situácia, keď sú všetci na večierku pre oboch Zajkovcov neznámi, hoci v skutočnom živote by sa zdala nelogická.

8 «§n}_ ®¶n}n® H\ }_0ɐ0 j ∂I Jakub Genči, Žaneta Semanišinová, Florián Hatala, Peter Kovács, Martin Masrna, Kristína Mišlanová, Daniel Onduš, Zuzana Ontkovičová

µ9L9j_9 ©u Ĺ}_0 ωen\ e0§jĹ\n 0h0 §}9

Riešenia pošlite najnekôr do ©ku 9q}∂e9 ©·ok

œen\9 o

- c}«\« 0L∂ j_0cn{cn h9e⁴H\ ¶9a9ċ_cn®u p}®⁴ ¶ j_H\ qn®_0I Ō`0 j¾ §« £ō 9 ®´ cnċ∂ ¶ c}«\« q}0ċu pn §«qj0 ®´ c9c«a0 ¶ c}«\« ǵ9eɐ∂ 9 ǵ9eɐ∂ ¶9a9ċ_c 9 ®ˆL´ qn®_0I Ō-ɐ0§H_J ċn ®´ cnċ_e_ q}0Ln h jn«J ce9h9e_ιō ¦9c§n §n qnc}9ċ«a0 9ˆ c⁴ h ® c}«\« j0@«L0 0L_0g 9j_ a0L0j ¶9a9ċ_cu bn{cn ¶9a9ċ_cn® \n®n}_en q}9®L«y i¾aL_§0 ®ɐ0§c´ hnˆjn §_ 9 ®na0 }_0ɐ0j_0 nLQ®nLj_§0u

œen\9 ©

i 9 q9q_0}_c« §¾enJ ˆ0 ɐ§®n}h_0 §j´ p^i cGL nL L®0}∂ a0 ¶9«a∂h9®⁴I

- *ɋ ®ɐ0§c´ a0\n ċ∂ e_H0 ω q}®nċ∂ e9J*
- *ɋ ou 9 ©u ċ∂ e_H9 ® §nh§n qn}9L∂ ®´§®n}∂ q}®nċ∂ en*
- *ɋ ©u 9 ¨u ċ∂ e_H9 ® §nh§n qn}9L∂ ®´§®n}∂ q}®nċ∂ en*
- *ɋ ¨u 9 Vu ċ∂ e_H9 ® §nh§n qn}9L∂ ®´§®n}∂ q}®nċ∂ en*

i 9 q9q_0}_c« §9c§_0ˆ §¾enJ ˆ0 ®ɐ0§c´ «®0L0jĹ _jTn}h¾H_0 ω q}9®L_®Ĺ 9 qn ®enˆ0j∂ q}¾®j0\n p^i « 9 L®0}0 nLnhcjωu bn{cn 0²_ §«a0 §9c⁴H\ ɐ§®n}h_0 §j´H\ ċ∂ 0eJ c§n}Ĺ @´ hn\e_ @´g q}¾®j´h p^inh nL L®0}∂y i0¶9@«Lj_§0 nLQ®nLj_gJ ˆ0 §0 j9 ˆ_9Lj0 hnˆjn §_ j0¶9@«Le_u

Prvočíslo je prirodzené číslo väčšie ako 1, ktoré je deliteľné len číslom 1 a samo sebou.

œen\9 ¨

pmµm | R ¦e9ċ_9}0j c⁴ ɐc}_9§nc ¶9q}∂ċ_j_eJ ˆ0 ωen\9 h¾ ® q}0LH\¾L¶9aωH_H\ ċ9 nq_ nH\ j0 q}¾®j0 ¶9L9j_0u ~q}¾®j0 ¶9L9j_0 j¾aL0§0 §« 9 9a j9 j9ɐ0a °0@n®0a §}¾jc0u

*m@´§j⁴ 0c§n} h¾ §®9} ɐ§®n}H9 5 5 9 c9ˆL¾ h_0 §jn g rɐ§®n}ċ0c 1 1s h¾ q}_}9L0jĹ a0LjnH_T0}jĹ ċ∂ enu - q}∂q9L0 jωL¶0 a0 qn§}0@jĹ ®´T9}@_g j_0c§n}Ĺ h_0 §jn §_ §9cJ 9@´ 9 **ˆ_9Lj9** \nLjn§9 h_0 §jn §_ j0®´ c´§n®9e9 h0L¶_ j0®´T9}@0j⁴h_ \nLjn§9h_ ® ˆ_9Ljnh }_9Lc« 9j_ §ʑqH_ ®_9H 9cn o]c}¾§u Ģ9eɐn« qnLh_0jcn« aOJ ˆ0 ®´T9}@0jĹ h_0 §jn §_ 9 j0 hωLn§⁴c9g §}9jn« 9 j0®´T9}@0jĹ h« _9§®n}_g ω®_ eω qenH\« r® j0a h« _9 @´g ®ɐ0§c´ j0®´T9}@0jĹ h_0 §jn §_ qna0jĹ §}9jn«su*

9s ª c¾ˆ§0J ˆ0 9c a0 ® n@´§jnh 0c§n}0 5 5 \j0ǵ ®0L{9 0@9 r® a0Ljnh }_9Lc« 9e0@n a0Ljnh §ʑqH_s «h_0 §j0j¾ §}na_H9 }n®j9c⁴H\ ċ∂ 0eJ h« _9 @´g n@0 c}9ajĹ h_0 §jn §_ ¶9T9}@0jĹ 9 j9nq9c §}0Lj¾ j0 h_0 @´g ¶9T9}@0j¾u ~®na0 }_0ɐ0j_0 qn}_9Lj0 ¶LQ®nLj_§0u

@s ª c¾ˆ§0J ˆ0 ® n@´§jnh 0c§n}0 5 5 j0 h_0 @´g ċ∂ enJ c§n}Ĺ @´ 9 j9H\¾L¶9en h0L¶_ L®na_Hn« }n®j9c˧H\ ċ∂ 0e ® a0Ljnh }_9Lc« 9e0@n §ℤqH_J 9 ¶¾}n®0ű @´ @nen ¶9T9}@0jĹu ~®naO }_0ɐ0j_0 qn}_9Lj0 ¶LQ®nLj_§0u

Hs -´T9}@_§0 ɐ§®n}0H j9 n@}¾¶c« §9cJ 9@´ ®´\n®n®9e qnLh_0jc9h ¶9L9j_9u ~q∂ɐ§0 9a qn §«q ® @nLnH\ 9cn §0 qn §«qn®9e_ 9 q}0ċnu

3	2	4	4	4
5	1	5	3	2
4	4	2	5	4
1	4	5	2	3
4	5	4	1	4

œen\9 V

-´@}9§˧H\ U ¶9a9Hn® 9 ¶ɷċ9 §j_en §«}j9a9u b9ˆL˧ c9ˆL˧h nLn\}9e q}¾®0 a0L0j ¶¾q9 u µ9 ®˧\}« ¶∂ c9®9 \}¾ċ 1 @nLJ ¶9 }0h∂¶« 0;5 @nL« 9 ¶9 q}0\}« 0 @nLn®u m §«}j9a_ ®_0h0 e0j §nJ ˆ0 ¶9a9H j9a®´ɐɐ∂h qnċ§nh @nLn® j0h9e ˆ_9Lj« }0h∂¶«u µ9a9HJ c§n}˧ cnjċ_e 9cn L}«\˧J ˆ_9L0j ¶¾q9 j0q}0\}9eu 8 c9ˆL˧ ¶n ¶9a9Hn® ¶∂ c9e _j˧ qnċ0§ @nLn®u bnʅcn @nLn® ¶∂ c9e_ a0Ljn§e_®Ĺ ¶9a9H0y i¾aL_§0 ®ɐ0§c´ hnˆjn §_ 9 nLQ®nLj_§0J ˆ0 _jĹ j_0 ɷu

œen\9 U

S}0L 9 [0j}´ \}9aɷ \}«J ® c§n}0a _ j9 ¶9ċ_9§c« [0j}´ ®´h´ ɐ∂ L®naH_T0}jĹ q}_}nL¶0jĹ ċ∂ enu - c9ˆLnh g9\« qn§nh S}0L qn®_0 [0j}´h« j0a9cĹ q}_}nL¶0jĹ ċ∂ en fJ c§n}Ĺ a0 ®Þċɐ_0 9cn ou 8c a0 [0j}´\n ċ∂ en j¾ n@cnh S}0Ln®\n ċ∂ e9 fJ §9c S}0L ®´\}¾®9u - nq9ċjnh q}∂q9L0 [0j}´ nLċ∂§9 S}0Ln®0 ċ∂ en f nL ®na\n 9c§«¾ej0\n ċ∂ e9 9 \}9 qnc}9ċ«a0 ǵ9eɐ∂h g9\nh jn®˧h ċ∂ enh fu - hnh0j§0J c0ǵ [0j}´ Ln §9j0 ¶¾qn}jĹ ċ∂ en rċ∂ en h0jɐ_0 9cn ·sJ §9c S}0L q}0\}¾u 8c a0 §n hnˆjĹJ §9c ®´h´ e_§0 9cn h¾ S}0L \}9gJ 9@´ ®ˆL´ ®´\}9eu

œen\9 £

g¾h0 3 7 h∂j j9 h∂jn®nh qne_ }n¶h_0§j0j˧H\ Ln §®9}« ɐ§®n}ċ0cn®0a h}_0ˆc´u b9ˆL¾ h∂j9 a0 nT9}@0j¾ q}¾®0 a0Ljn« ¶ L®nH\ T9}_0@u ª c¾ˆ§0J ˆ0 j0H\ ɷ h∂j´ nT9}] @0jĹ 9cncnʅ®0cJ §9c ® h}_0ˆc0 ®ˆL´ 0²_ §«a0 n@Lℤˆj_c h∂j9h_ r®}H\neh_s a0Lj0a T9}@´u |n®j9c0a T9}@´ h« _9 @´g e0j ®}H\ne´ n@Lℤˆj_c9u

pn}9L_0 qn ou Ĺ}_ e0§jĹ\n 0h0 §}9

pn}9L_0	g 0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċj∂c	ɏcne9	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	p~	G~
ou] Vu	|_H\9}L p}_ce0}	µU	µ -9^0pm	k	k	k	k	P	k	·	**UV**
	g 9}§_j9 m « c¾	µU	µK}`K g 8	k	k	k	k	P	k	·	**UV**
	?}«jn g_H\90e b}9j0}	µV	µ?9ac?8	k	k	k	k	P	k	·	**UV**
	∨nTc9 ?9}§n®¾	µV	µ?9ac?8	k	k	k	k	P	k	·	**UV**
Uu] £u	g_e9j `n¶0T pncn}jɫ	µ£	W` [i [¦ ¦	k	k	k	k	P	k	·	**U¨**
	N®9 b}9aċ_n®¾	µ£	W8e0abN	k	k	k	k	P	k	·	**U¨**
¢u] Pu	g_H\9e -nL_ċc9	µU	µ?0o£bN	k	¢	k	k	P	k	·	**U©**
	8e0jc9 ?¾e_j§n®¾	µU	Gµ | µ9µ8	k	k	P	k	P	k	·	**U©**
ku] o·u	i 9§¾e_9 ¦ c¾ċn®¾	µ£	µd0®n~ i	k	k	k	k	P	£	·	**U·**
	¦0nLn} g 9e9 H_§¶	µV	ɏq g i K9W	k	¢	k	U	P	P	·	**U·**
oou	b}_ §∂j9 bnċ_ecn®¾	µU	b~ ®g pm	k	¢	k	k	P	]	·	**Vk**
o©u	`9jc9 ª}@¾jn®¾	µU	µb}nVbN	k	¢	k	P	P	]	·	**VP**
o¨u] o£u	Ʒ«Lh_e9 b}«qn®¾	µ£	µb}nVbN	k	¢	k	k	P	¨	·	**VU**
	ɏ_hnj ~§9jn	µ£	NW`8 b bN	k	¢	k	k	P	¨	·	**VU**
	me_®0} ~0h9j	µ£	W8e0abN	k	k	P	k	o	k	·	**VU**
	N §0} ~¶9@9}_n®¾	µ£	W8e0abN	k	k	k	£	P	V	·	**VU**
o¢u	S_e_q bn®¾H	µU	µg | ɏ[dG	k	k	P	U	P	©	·	**VV**
oPu	mjL}0a ¦G§\	µU	µ[Q}c´	V	k	k	k	P	]	·	**V¨**
oku	|9Ln®9j g_e_¾j	µ£	µb}nVbN	k	·	k	k	P	¢	·	**V©**
©·u	8L9h 8L9h«eċ∂j	µ¨	ɏq g i K9W	P	¢	P	k	]	]	·	**Vo**
©ou] ©©u	d0nj9}L W9h@9	µ£	W` [i [¦ ¦	P	¢	¢	k	]	k	·	**V·**
	8e^@0§9 b«}_h c¾	µ£	ɏ gɏWnpn	k	¢	P	U	P	¨	·	**V·**
©¨u] ©Uu	`9c«@ Ċ9j∂c	µ£	W8e0abN	k	k	k	k	o	©	·	**¨k**
	?9}@n}9 G_h}¾cn®¾	µU	Gµ | µ9µ8	k	]	k	U	P	V	·	**¨k**
	µ_j9 ?9@_j c¾	µ£	µg | ɏ[dG	k	¢	U	k	P	o	·	**¨k**
©£u	g 9}§_j9 Ʒ«q§¾cn®¾	µ£	µg | ɏ[dG	k	k	¢	U	¢	o	·	**¨P**
©¢u] ©Pu	g_H\9e S0}L_j9jL´	µU	µpne_bN	©	P	P	k	P	·	·	**¨¢**
	g 9§0a -¾e0c	µ£	µb}nVbN	P	k	k	k	o	o	·	**¨¢**
©ku] ¨·u	b9§9}∂j9 G\9@n®¾	µ£	µd i n®bN	k	¨	¢	k	P	]	·	**¨£**
	g 9}_0 b9 9en®¾	µV	µg n\p | 8	k	k	]	]	]	k	·	**¨£**
¨ou] ¨¨u	|_H\9}L ~0h9j_e_j	µ©	µp8jXbN	P	k	]	k	]	]	·	**¨U**
	g 9§ɷe µn}_ċ¾c	µ£	~g e¾Lpp	k	·	k	k	P	·	·	**¨U**
	~9h«0e W´Ǹ}_	µU	µb}nVbN	k	·	k	k	P	]	·	**¨U**
¨Vu	`«}9a ~§9H\	µU	µ¦~i p??	P	¢	©	£	P	]	·	**¨¨**
¨Uu	8e_H9 `«\¾ n®¾	µ£	µb}nVbN	k	·	k	k	]	¨	·	**¨·**
¨£u	|_H\0ee0 8jL}¾ ´n®¾	µ£	µb}nVbN	k	·	P	k	]	¨	·	**©k**
¨¢u	d«c¾e me0²9	µ£	µbnh0g^	k	·	P	k	o	·	·	**©¢**
¨Pu] ¨ku	g_H\90e9 ?nLj¾}n®¾	µ£	W8e0abN	k	]	U	¨	P	]	·	**©U**
	i_j9 ~e«cn®¾	µ£	W8e0abN	P	·	P	o	P	·	·	**©U**
V·u	i_j9 bneċn®¾	µU	b~ ®g pm	k	o	k	o	o	¨	·	**©V**
Vou] VUu	m c9} G9H9}9	µ£	µb}nVbN	k	·	k	U	]	]	·	**©¨**
	K«e9j ^®9j	µ£	µb}nVbN	k	¢	U	o	o	]	·	**©¨**
	d«c¾e [9j0	µ£	µb}nVbN	k	·	U	k	]	]	·	**©¨**
	¦nh¾e d9jX	µU	µmbn^~i	o	·	k	k	o	©	·	**©¨**
	|9 §_ e9® [}«@ɫ	µ£	W8e0abN	P	¢	U	©	o	]	·	**©¨**
V£u] V¢u	g_H\9e ?0}0¶ű9j_j	µ£	µ~§9jbN	k	¨	k	]	]	·	·	**©o**
	8}§«} p9jc«H\	µ£	W8e0abN	k	·	k	©	o	]	·	**©o**

pn}9L_0	g0jn 9 q}_0¶®_ cn	|nċjðc	ɏcne9	ou	©u	¨u	Vu	Uu	£u	p~	G~
VPu] Uou	g9}§_j 8j§nɐ	µ£	W8e0abN	P	·	£	U	o	]	·	©·
	8jj9 b«H\§n®¾	µ£	W8e0abN	k	]	P	¨	]	]	·	©·
	g_H\9e ɏ9}c9j	µU	µg|ɏ[dG	k	]	P	¨	]	]	·	©·
	d0® g0ej´H\«c	µ£	µp8jXbN	k	]	k	©	]	]	·	©·
U©u	d9«}9 bnH\0ecn®¾	µV	µÇ«h@??	k	]	]	o	]	]	·	ok
U¨u	g9}0c g9e0aċðc	µU	µmbn^~i	k	]	]	k	]	]	·	oP
UVu] UPu	ɏ_hnj ~§}_q9a	µ£	µb}nVbN	k	]	P	]	]	]	·	o¢
	¦nh¾ɐ K9űn	µ£	µK}«¶bN	k	]	·	P	·	]	·	o¢
	mjL}0a bn®¾ċ	µU	µb}nVbN	¨	·	U	k	]	]	·	o¢
	`¾j ɏ§_9®j_Hcꜝ	µU	µb}nVbN	P	·	]	k	]	·	·	o¢
	8L9h W«@ðc	µU	µb}nVbN	©	]	¨	U	]	¢	·	o¢
Uku	^®9j g_ce«ɐ	µ£	µ~§9jbN	k	·	]	¢	]	]	·	o£
£·u] £ou	8j0§9 ɏ§0T9jċðjn®¾	µ£	W`8|pm	¨	·	k	o	o	·	·	oV
	Kn}_¾j dn®_ċ	µU	µb}nVbN	©	]	¢	¨	]	©	·	oV
£©u] £¨u	g9}§_j -ɟ@9	µU	µb}nVbN	k	·	]	¨	]	o	·	o¨
	p9§}_c ~e_®9	µU	µmbn^~i	k	]	V	]	]	]	·	o¨
£Vu	¦nh¾ɐ pnenh cꜝ	µU	µb}nVbN	©	·	¢	¨	]	]	·	o©
£Uu] £¢u	8e0²9jL}9 g_H\9eðcn®¾	µ£	µb}nVbN	k	]	]	]	]	©	·	oo
	i9§¾e_9 d0jXn®¾	µU	µb}nVbN	P	·	·	¨	]	]	·	oo
	`n}L9j ~u ?n_9La_0®	µU	µmbn^~i	P	·	]	¨	]	]	·	oo
£Pu] ¢ou	K¾®_L W´Ǹ}_	µ£	µb}nVbN	]	]	k	o	]	]	·	o·
	K9j_0e ~nqcn	µU	µ~q?´§	]	·	P	o	o	]	·	o·
	in0e gne_§n}	µ£	µ~q?´§	]	·	P	o	o	]	·	o·
	-9j0 9 ?e9ɐċ¾cn®¾	µU	µmbn^~i	k	·	]	o	]	]	·	o·
¢©u	ɏ_hnj p}_@_ċcn	µ£	µb}nVbN	k	]	]	·	]	]	·	k
¢¨u] P·u	8L9h ^eċðc	µ£	µb}nVbN	P	·	]	]	]	]	·	P
	[9j9 -neɐðcn®¾	µ£	µb}nVbN	P	·	]	]	]	]	·	P
	?0j0L_c§ ?0jcn	µ£	µ~q?´§	]	]	P	]	·	]	·	P
	S_e_q Knaċ¾c	µU	µb}nVbN	P	·	·	·	]	]	·	P
	-_c§n} ?nX« cꜝ	µU	µ`«\-j¦	¨	V	]	o	]	·	·	P
	K9h_¾j b®9 ű¾c	µU	µmbn^~i	P	]	]	·	]	·	·	P
	~0@9 §_¾j ~®_§9ű	µ£	µ~q?´§	]	·	£	o	o	]	·	P
	-0}nj_c9 d9jXn®¾	µU	µmbn^~i	]	]	P	]	]	]	·	P
Pou	me_®0} W}n\	µU	µb}nVbN	]	]	U	]	]	]	·	U
P©u] P£u	K¾®_L `9®n} cꜝ	µ£	µ~q?´§	]	·	o	o	o	]	·	¨
	-_e_9h ~e9ɐg9j	µU	µb}nVbN	©	·	]	]	o	·	·	¨
	`n¶0T Knhnjcnɐ	µ£	µ~§9jbN	o	·	o	·	o	·	·	¨
	b0®_j p9«e_ċcn	µ£	µ~q?´§	]	·	o	o	o	]	·	¨
	-_c§G}_9 ?a0jnjċðcn®¾	µU	µmbn^~i	©	]	]	o	]	]	·	¨
P¢u] kou	`«}9a [n}ű¾c	µU	µb}nVbN	©	]	]	]	]	]	·	©
	~_hnj `9c«@	µU	µb}nVbN	o	·	]	o	]	·	·	©
	`ɷe_9 ?_eq«H\n®¾	µU	µmbn^~i	©	]	]	]	]	]	·	©
	b}_ §_¾j m\h9j	µ£	W8e0abN	©	]	]	]	]	]	·	©
	d9«}9 p0§}¾ɐcn®¾	µU	µmbn^~i	©	]	]	]	]	]	·	©
k©u] k¨u	~9h«0e g9Hn	µ£	µb}nVbN	o	]	]	]	]	·	·	o
	¦nh¾ɐ K«ċ9_	µU	µ?0o£bN	·	]	]	o	]	]	·	o
kVu] kUu	m c9} -_¶_	µ£	µb}nVbN	·	·	]	]	]	]	·	·
	?0}j9L0§9 |ɷ§ ?0jcn®¾	µU	µ~q?´§	]	]	·	]	]	]	·	·