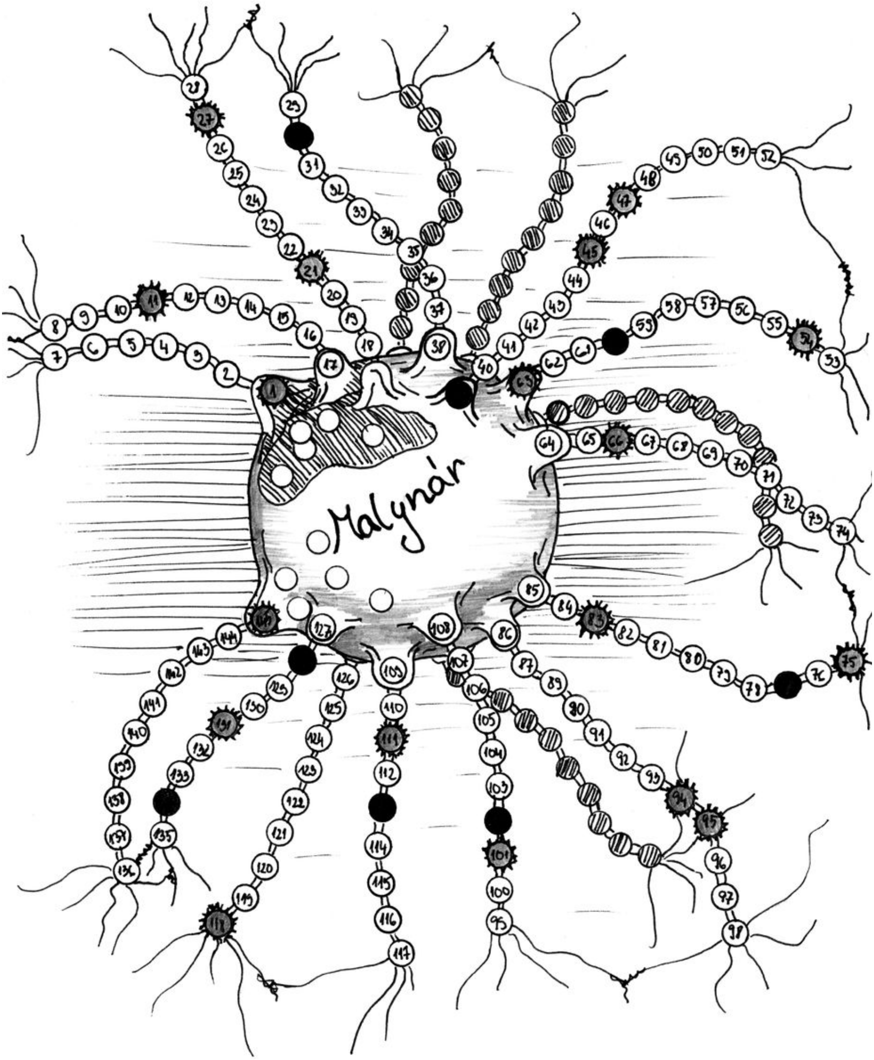
MALYNÁR

Číslo 3 • december 2013 **Zimná časť 23. ročníka**



http://malynar.strom.sk

Čaute Malynárčatá!

Čaute Malynárčatá! Už si nemusíte obhrýzať nechty a striehnuť na poštára. Už je to tu. Posledný tohtoročný časopis a s ním výsledky. Trochu sme sa pri vysvetľovaní príkladov rozpísali a veríme, že aj mnohí z vás sa inšpirujú a prestanú posielať neokomentované riešenia. Aby sme však neboli len plní súťaživosti a poučovania, pripravili sme pre vás ešte malý darček. Je ním spoločenská hra pre všetky vekové kategórie, všetko potrebné k nej nájdete v tomto čísle. Možno okrem figúrok, no o tie snáď vo vašej domácnosti núdza nebude. Ak áno, tak aspoň viete, čo si treba žiadať pod stromček. Asi sa uvidíme až v novom roku, preto vám zo srdca želáme veľa radosti, pokoja a hojnosti. Majte sa krásne!

Vaši Opravovatelia

Vzorové riešenia úloh 2. série Zimnej časti

Úloha č. 1:

opravovali Zoltán Hanesz & Florián Hatala

Michal Kolcun, Matúš Bucher

Zadanie: Dukem dobre vedel, že v dnešnom svete sa bez precízneho účtovníctva nezaobíde. Preto si zriadil malý zošítok, do ktorého si zapisoval, ako na tom je. Nakoniec mal Dukem v zošite napísané toto:

$$653 + 466 - 60 + 60 + 374 = 2013$$

To, samozrejme, nedávalo zmysel a Dukem hneď vedel, kto je na vine. Nukem sa po chvíli priznal, že kým bol Dukem na záchode, prepísal mu všetky čísla v zošite. Robil to tak, že od každého pôvodného čísla v zošite odrátal svoje najobľúbenejšie číslo. Aké je Nukemovo najobľúbenejšie číslo, ak pred jeho zlomyseľným činom (prepísanie Dukemových čísel na 653, 466, 60, 60, 374 a 2013) bola rovnosť v zošite správna?

Riešenie: Nukem si pri svojom prepisovaní vôbec nevšímal znamienka, čo znamená, že čísla 60 a 60 boli rovnako veľké aj pred jeho úpravou. A rozdiel dvoch rovnako veľkých čísel je 0. Ďalej teda úlohu môžeme riešiť ako keby boli na ľavej strane iba tri čísla.

Aby pôvodná rovnosť platila, musí mať Nukemove obľúbené číslo takú vlastnosť, že ak ho trikrát pripočítame k ľavej a raz k pravej strane, tak bude súčet čísel na oboch stranách rovnaký.

Súčet čísel na ľavej strane je $653 + 466 + 374 = 1493$. Súčet na pravej strane je 2013. Súčet na ľavej strane je teda o $2013 - 1493 = 520$ menší ako súčet na pravej strane.

Čo spôsobuje rozdiel medzi ľavou a pravou stranou? Kedže rovnosť pred Nukemovými zásahmi platila, rozdiel je spôsobený len tým, že z ľavej strany odčítal svoje obľúbené číslo viackrát.

Vieme, že od ľavej strany Nukem odpočítal svoje obľúbené číslo o dva razy viac ako od pravej.

Z toho vyplýva, že dvojnásobok Nukemovho obľúbeného čísla je náš rozdiel medzi ľavou a pravou stranou rovnosti, a teda 520. Nukemove obľúbené číslo je $520/2 = 260$.

Poďme si ešte vyskúšať, či tomu naozaj tak je.

$$(653 + 260) + (466 + 260) - (60 + 260) + (60 + 260) + (374 + 260) = 2013 + 260$$

$$913 + 726 - 320 + 320 + 634 = 2273$$

Vidíme, že ľavá a pravá strana sa po pripočítaní Nukemovho obľúbeného čísla ku každému z čísel v rovnosti rovnajú, teda 260 je správne riešenie.

Komentár: Veľké množstvo riešiteľov ukázalo, že im práca s rovnicami a neznámymi číslami nerobí problémy. Ešte viac nás potešili tí, ktorí aj napriek tomu, že tieto matematické finty nepoznajú, príklad vypočítali správne. Čo nás mrzí je to, že asi pätina riešiteľov si zadanie neprečítala poriadne, preto nedospela k správnemu výsledku. Veríme, že sa to nabudúce nestane a všetci budete mať plný počet bodov.

Úloha č. 2:

opravovali Lucia Leličová & Florián Hatala

Nina Griačová, Matej Haverlík, Martin Nemjo

Zadanie: Dukem a Nukem priniesli vzorky v ôsmich debničkách. Mali v nich postupne 34, 19, 50, 44, 31, 28 a 37 vzoriek vírusu. Klára im povedala, aby debničky rozniesli do troch laboratórií tak, aby všade bolo rovnako veľa vzoriek. Dukem a Nukem vzorky z debničiek nemohli vyberať, boli totiž zapečatené.

Je možné rozdeliť debničky do laboratórií tak ako chcela Klára? Ak áno, určte koľko vzoriek bolo v každom laboratóriu a akým spôsobom ich rozdelili (nezabudnite zdôvodniť, ako ste sa dopracovali k výsledku).

Riešenie: Debničky s párnym počtom vzoriek budeme volať párne a tie s nepárnym počtom nepárne.

Aby Dukem a Nukem vedeli, ako rozniesť debničky do laboratórií, museli najprv vyrátať, koľko vzoriek má byť v jednom laboratóriu. Zadanie hovorí, že počet vzoriek je v laboratóriach rovnaký, a keďže sú tri, v každom z nich je tretina zo všetkých vzoriek. Ak sčítame počet všetkých vzoriek v debničkách, čo je

$$34 + 19 + 50 + 44 + 31 + 28 + 37 = 243,$$

prídeme na to, koľko vzoriek je spolu v troch laboratóriách. Potom tento celkový počet vzoriek podelíme počtom laboratórií, teda $243/3 = 81$, a dozvieme sa, koľko vzoriek musí byť v každom z nich.

Ak má teda úloha riešenie, v každom laboratóriu musí byť 81 vzoriek. Keďže každá z debničiek obsahuje menej ako 81 vzoriek, tak v každom laboratóriu musia byť aspoň dve debničky. Debničiek je 7, preto budú v laboratóriach rozdelené po 2, 2 a 3. To znamená, že nepárne číslo 81 dostaneme dvakrát ako súčet dvoch a raz ako súčet troch čísel. Súčet dvoch čísel je nepárny len vtedy, ak je jedno z nich párne a druhé nepárne. Preto v dvoch laboratóriách, v ktorých má byť po dvoch debničkách, musí byť jedna nepárna a jedna párna debnička. A do toho tretieho nám už nezostáva nič iné, ako odniesť zvyšné tri debničky: 2 párne a 1 nepárnu debničku.

Teraz už len prísť na to, akým spôsobom debničky rozniesť. Vieme, že v každom laboratóriu bude jedna z nepárnych debničiek. Úlohu teda dopočítame tak, že od 81 odpočítame počet vzoriek z jednej nepárnej debničky. Odpočítavame čísla 37, 31 a 19.

1. Lab. $81 - 37 = 44$

2. Lab. $81 - 31 = 50$

3. Lab. $81 - 19 = 62$

Ostali nám debničky s 50, 44, 34 a 28 vzorkami.

Jediný spôsob ako do prvého laboratória doručiť požadovaný počet vzoriek (44) je odniesť tam debničku so 44 vzorkami. To isté platí pre druhé laboratórium a debničku s 50 vzorkami. Ostalo nám tretie laboratórium, do ktorého potrebujeme doručiť 62 vzoriek. Máme už len debničky s 34 a 28 vzorkami. Ak tam doručíme obidve, v treťom laboratóriu bude práve 81 vzoriek.

Overme ešte všetky laboratóriá:

1. Lab. $37 + 44 = 81$

2. Lab. $31 + 50 = 81$

3. Lab. $19 + 28 + 37 = 81$

Dukem a Nukem môžu rozniesť debničky tak, ako Klára chcela.

Komentár: Správny výsledok sa podarilo nájsť skutočne skoro každému, a to nás veľmi teší. Nie všetci však považovali za potrebné prezradiť nám, podľa čoho rozdeľovali 7 debničiek do laboratórií, keď už vedeli, že v každom laboratóriu je 81 vzoriek. Najčastejšie ste len hádali, no tí najbystrejší z vás prišli na to, ako narábať s párnymi a nepárnymi číslami. Veríme, že tých, čo nemali plný počet bodov, táto úloha niečo naučila, a že tieto vedomosti potom využijete pri riešení ďalších úloh.

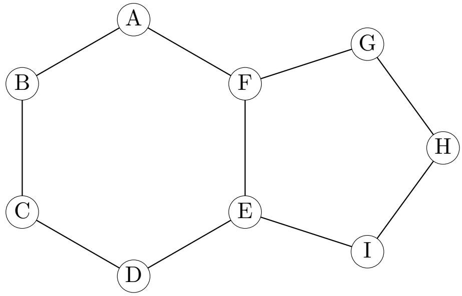
Úloha č. 3:

opravovali Peter Milošovič & Juraj Mičko

Simona Sabovčíková, Frederik Ténai

Zadanie:

Na obrázku je prázdny nákres: šesťuholník a päťuholník so spoločnou stranou. z prázdneho nákresu sa stáva supernákres. ak do krúžkov na obrázku vpíšeš čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 tak, aby súčet čísel v šesťuholníku aj súčet čísel v päťuholníku bol rovnaký, a to presne 24. Každé číslo smieš použiť len raz.



a) Nájdi všetky rôzne pätice, ktoré sa dajú vpísať do päťuholníka tak, aby mohol vzniknúť supernákres. Dve pätice nie sú rôzne ak ich tvoria rovnaké čísla. Napríklad pätice 1, 2, 3, 4, 5 a 1, 3, 4, 5, 2 považujeme za rovnaké.

b) Koľko rôznych supernákresov existuje? Dva supernákresy sú rovnaké, iba ak má jeden v každom zo svojich krúžkov rovnaké číslo ako ten druhý v krúžku s tým istým písmenkom. Nezabudni vysvetliť, ako si sa k správnemu počtu dostal.

Riešenie: V nasledujúcom texte bude zápis $X + Y$ reprezentovať súčet čísel vpísaných v krúžkoch X a Y. Ak napríklad máme v krúžku A vpísané číslo 1 a v krúžku B číslo 2, tak $A + B$ bude vlastne $1 + 2$. a) Na začiatku poznáme tieto súčty: $(A+B+C+D+E+F)$, $(E+F+G+H+I)$ a $(A+B+C+D+E+F+G+H+I)$. Prvý je súčet čísel vpísaných do krúžkov šesťuholníka, v supernákrese to musí byť 24. Druhý je súčet čísel vpísaných do krúžkov päťuholníka, a ten musí byť v supernákrese tiež 24. Posledný síce nepoznáme priamo zo zadania, no v suprenákrese je to súčet čísel od 1 po 9 (iné tam byť nemôžu). A to je $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$, čo je rovné 45.

Poznáme aj $(A+B+C+D+E+F)+(E+F+G+H+I)$, ten je v supernákrese $24+24 = 48$. No a keď šikovne poprehadzujeme poradie, v akom čísla v krúžkoch sčítavame, dostávame: $(A + B + C + D + E + F + G + H + I) + (E + F)$. Pri prehadzovaní sčítancov sa súčet nemení, takže aj toto je 48.

A zároveň tam máme náš súčet všetkých použitých čísel, o ktorom vieme, že je 45.

Čo to znamená? Že $45+(E+F)$ je 48. $(E+F)$ preto musí byť 3. A v supernákrese môže byť každé z čísel použité iba raz, takže nemáme inú možnosť, ako do E a F vpísať v nejakom poradí čísla 1 a 2.

Použitím predošlých úvah si teraz vieme úlohu zjednodušiť. Keďže presne vieme, aké čísla treba v supernákrese vpísať do krúžkov E a F, ostáva nám hľadať, aké čísla vpísať do zvyšných krúžkov päťuholníka tak, aby platilo, že $(E + F + G + H + I) = (1 + 2 + G + H + I) = 3 + (G + H + I) = 24$. Teda hľadáme medzi číslami 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 také trojice, ktorých súčet je 21.

Ako na to? Všetky hľadané trojice nájdeme nasledovným spôsobom: Zvolíme najväčšie číslo v trojici. Zistíme, koľko ešte chýba v takejto trojici do 21. Zvolíme druhé najväčšie číslo v trojici, a to nám už jednoznačne určí posledné číslo.

Začnime napríklad najväčším číslom, aké máme k dispozícii, deviatkou. K nemu postupne pridávajme čísla o jeden menšie, aby sme zaručene nevynechali žiadnu z možností. S deviatkou nám vyhovujú iba tieto dve trojice: $(9 + 8 + 4)$ a $(9 + 7 + 5)$. Ak by sme zvolili ako druhé najväčšie číslo 6 a menšie, nenašli by sme už medzi zvyšnými vhodného kandidáta na posledné číslo. Týmto sme teda vyčerpali všetky možnosti pre trojice obsahujúce číslo 9. To isté spravme pre 8 - dostaneme iba trojicu $(8+7+6)$. Ďalej už nemá zmysel pokračovať, pretože $7+6$ je 13 a do 21 chýba viac, ako máme k dispozícii. Objavili sme tri trojice, ktorých súčet je 21. Spolu s číslami vpísanými do E a F dostávame hľadané pätice: $(1, 2, 4, 8, 9)$, $(1, 2, 5, 7, 9)$ a $(1, 2, 6, 7, 8)$.

b) Poznáme 3 skupiny krúžkov, medzi ktorými sa ich hodnoty meniť nebudú. Prvá skupina sú napríklad krúžky E a F. Vieme, že v týchto krúžkoch nebude nič iné ako číslo 1 alebo 2, a tiež vieme, že číslo 1 ani 2 nebude vpísané nikde inde. Ďalšie 2 takéto skupiny sú zvyšné vrcholy 6-uholníka (A, B, C, D) a zvyšné vrcholy 5-uholníka (G, H, I).

1. skupina: E, F

2. skupina: A, B, C, D

3. skupina: G, H, I

Zrátajme počet všetkých možností pre umiestnenie čísel do krúžkov 3. skupiny. Do prvého krúžku (napríklad G) môžeme vpísať na začiatku 3 rôzne čísla. To sú 3 možnosti. Pre každú z nich nám pre ďalší krúžok (dajme tomu, že H) ostali 2 zatiaľ nepoužité čísla. To je dokopy $3 \cdot 2 = 6$ možností. Bez ohľadu na to, čo vpíšeme do krúžku H, nám pre posledný krúžok ostalo už len jedno číslo.

Počet možností pre 3. skupinu teda bude $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Rovnakým postupom vypočítame počet možností pre 2. skupinu: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Podobne pre 1. skupinu: $2 \cdot 1 = 2$.

Keby sa menilo usporiadanie čísel v krúžkoch len v prvej skupine, dostali by sme 2 rôzne supernákresy. V druhej skupine 24 a v tretej 6. Keďže chceme zistiť celkový počet supernákresov, usporiadanie čísel sa bude meniť vo všetkých skupinách. Výsledkom teda bude súčin možností každej skupiny: $2 \cdot 24 \cdot 6 = 288$. Z časti a) vieme, že jednotlivé čísla vieme do skupín rozdeliť tromi rôznymi spôsobmi. Celkový počet možností preto ešte vynásobíme troma: $288 \cdot 3 = 864$.

Komentár: V živote je dôležité vedieť obhajovať svoje názory a tvrdenia, ktoré pokladáte za správne. V tejto úlohe bolo pomerne dosť dôležité presne opísať, ako ste k danému riešeniu prišli. Veľa z vás malo riešenia správne, ale postup nebol žiaden, alebo bol nejasný a neúplný. V druhej časti úlohy bolo potrebné uvedomiť si, v akých častiach nákresu je koľko možností a do výsledného súčinu dosadiť správne čísla.

Úloha č. 4:

opravovali Roman Staňo & Róbert Schönfeld & Jakub Genči

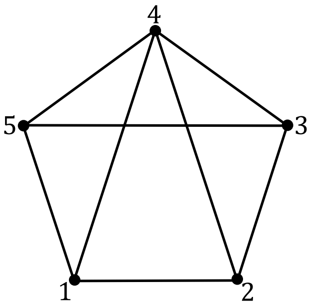
Klára Hricová, Michaela Rusnáková

Zadanie: Kruhy predstavujú mestá a ich spojnice cesty. Za cestu považujeme len priamu spojnicu dvoch miest, teda takú, ktorá neprechádza žiadnym iným mestom. z jednej cesty na druhú sa dá dostať len cez mesto, ktoré ich spája. Bratia chcú nájsť supertrasu. To je taká trasa, ktorá prechádza všetkými cestami, pričom po každej z nich práve raz. Teraz supertrasa neexistuje, a tak sa bratia rozhodli hľadať supercestu. To je taká cesta, po ktorej odstránení sa bude dať po zostávajúcich cestách prejsť supertrasou. Ktoré z ciest na obrázku sú supercestami? (A ak niektorá z ciest supercestou nie je, tak nezabudnite vysvetliť prečo.)

Riešenie: Pozrime sa na celú našu úlohu trochu všeobecnejšie. Kedy existuje medzi nejakými mestami supertrasa? Je jasné, že pri našej supertrase v niektorom z miest začneme a v inom skončíme. Pre lepšie pochopenie myšlienky najprv predpokladajme, že pri našej supetrase budeme začínať a končiť v tom istom meste. Znamená to teda, že vždy keď do niektorého z ostatných miest vstúpime, musíme z neho aj výjsť (ostať v ňom nemôžeme, lebo chceme končiť inde). Podobne, ak výjdeme z nášho počiatočného mesta, tiež sa doňho chceme vrátiť. Po chvíľke zamyslenia tak prídeme na zaujímavú vec: Keď chceme, aby supetrasa začínala aj končila v rovnakom meste, musí každé z miest, ktorými prejdeme, mať párny počet ciest.

No a čo keď bude supertrasa začínať a končiť v rôznych mestách? Zoberme si predchádzajúci prípad. Čo by sa stalo, ak by sme odstránili poslednú cestu, po ktorej sme prešli? Supertrasa by existovala a začiatok a koniec by boli v iných mestách, čo je presne to, čo chceme. Odobratie takejto cesty by však znamenalo, že zo začiatku aj konca bude viesť o jednu cestu menej, a teda prichádzame na ďalšiu použiteľnú vec: keď supetrasa končí v inom meste ako začínala, tak práve z týchto dvoch miest vychádza nepárny počet ciest a z ostatných miest párny.

No fajn. Čo sme teda týmito pozorovaniami zistili? Už vieme, že supertrasa existuje práve vtedy, keď z každého mesta vychádza párny počet ciest alebo keď existujú práve dve mestá s nepárnym počtom ciest. Poďme preto zrátať počet ciest, ktoré vychádzajú z jednotlivých miest. Označme si mestá tak, ako na obrázku:



Z miest 1, 2, 3 a 5 vedú po 3 cesty a z mesta číslo 4 vedú 4 cesty. Chceme, aby po odobratí niektorej z ciest (uvedomme si, že po hľadanej superceste vlastne neprejdeme, takže ju pokojne môžeme z plániku odobrať) vznikla supetrasa, teda také rozloženie ciest medzi mestami, ktoré bude spĺňať naše podmienky. Všimnime si, že z práve štyroch miest vychádza nepárny počet miest. Ak teda odoberieme ľubovoľnú cestu, ktorá medzi nimi existuje, ostane nám plánik, kde budú práve dve mestá s nepárnym počtom ciest a tri mestá s párnym počtom ciest, kde by podľa našich zistení mala existovať nejaká supetrasa. To znie akoby sme mali riešenie! Supercesty by teda mali byť cesty medzi mestami [1,2]; [1,5]; [2,3]; [3,5]. A ako by to vyzeralo, ak by sme odobrali niektorú zo zvyšných ciest - cestu vychádzajúcu z mesta číslo 4? Dostali by sme tak jedno mesto s párnym počtom ciest a štyri mestá s nepárnym počtom ciest. To však nespĺňa nami odhalené podmienky pre supertrasu.

Hodí sa ešte ukázať, že po odstránení superciest budú supetrasy naozaj existovať:

Odoberme supercestu medzi $[1,2]$: supertrasa je potom: $5-3-2-4-1-5-4-3$.

Odoberme supercestu medzi $[2,3]$: supertrasa je potom: $1-4-2-1-5-4-3-5$.

Odoberme supercestu medzi $[3,5]$: supertrasa je potom: $1-4-2-1-5-4-3-2$.

Odoberme supercestu medzi $[5,1]$: supertrasa je potom: $2-4-1-2-3-4-5-3$.

Našli sme všetky supercesty a ukázali sme, že žiadne iné cesty supercestam nie sú. Hotovo :)

Komentár: Úlohu nikto nezvládol na plný počet bodov. Takmer všetkým riešiteľom sa podarilo supercesty nájsť, no pri tejto úlohe bolo dôležité ukázať aj to, že po odobratí supercesty bude hľadaná supertrasa naozaj existovať (máme tým na mysli nakreslenie konrétnej supertrasy, ktorou by ste prešli). Na to však mnohí z vás pozabudli, za čo šiel bod dolu. Najväčším nedostatkom bolo to, že ste poriadne nedokázali, že okrem vami nájdených superciest už nie je žiadna iná cesta supercestou. Viacerí odhalili, že úloha má niečo spoločné so starým známym kreslením jedným ťahom, a brali pravidlá, pri ktorých je to možné, ako fakt. Takéto kreslenie však nie je natoľko všeobecná vec, že ju môžete používať bez vysvetlenia, čo tiež viedlo k bodovej strate.

Úloha č. 5:

opravovali Ján Dudič & Dávid Hvizdoš

Ján Richnavský, Lujza Milotová

Zadanie: V Solutiu stojí vedľa seba 5 transportných lodí.

1. 3-miestna loď odchádza o šiestej a má čulého kapitána.
2. Prostredná loď má čierny interiér.
3. 4-miestna loď odchádza o deviatej.
4. 5-miestna loď je vľavo od lodi s čulým kapitánom a má modrý interiér.
5. Vpravo od lodi so smelým kapitánom je loď idúca do Contritia.
6. 8-miestna loď ide do mesta Dolor.
7. Vedľa lodi s hrdým kapitánom je loď so zeleným interiérom.
8. Loď do Vuluns odchádza o piatej.
9. 10-miestna loď odchádza o siedmej a je vpravo od lodi idúcej do Contritia.
10. Do mesta Mortem ide loď s červeným interiérom.
11. Vedľa lodi odchádzajúcej o siedmej je loď s bielym interiérom.
12. Loď stojaca na kraji má dobrého kapitána.
13. Loď s čiernym interiérom odchádza o ôsmej.
14. Loď s dobrým kapitánom stojí vedľa lodi s hrdým kapitánom.
15. Do mesta Mortem odchádza loď o šiestej. Koľko miestna loď odchádza na mesiac Azur? Ktorá loď má malého kapitána?

Riešenie: Najprv si napíšeme vlastnosti lodí, ktoré pozorujeme:

Kapitán: čulý, smelý, hrdý, dobrý, malý.

Počet miest: 3, 4, 5, 8, 10.

Čas odchodu: 5.00, 6.00, 7.00, 8.00, 9.00.

Farba interiéru: čierna, červená, modrá, biela, zelená.

Cieľové mesto: Contritium, Vuluns, Dolor, Mortem, Azur.

Poloha: pomenujme ich úplne vľavo, vľavo, v strede, vpravo, úplne vpravo.

Keďže v každej kategórii je práve päť rôznych možností, žiadne dve lode sa v žiadnej kategórii nezhodujú.

Pre lepší prehľad o informáciách si ich budeme zapisovať do tabuľky. Každý stĺpec bude predstavovať jednu loď. V každom riadku bude jedna zo šiestich vlastností. V priebehu riešenia budeme lodičky v tabuľke trochu presúvať tak, aby zodpovedali správnej polohe. Tabuľka bude vyzerať približne takto:

Pozícia					
Kapitán					
Počet miest					
Čas odchodu					
Farba					
Cieľ					

Najprv sa pozrime na vetu 1. Hovorí o lodi, ktorá odchádza o šiestej. Veta 15 tiež hovorí o lodi, ktorá odchádza o šiestej. Navyše hovorí, že ide do mesta Mortem. Veta 10 hovorí o lodi idúcej do Mortem, že má červený interiér. Vety 1, 10 a 15 teda hovoria o tej istej lodi: trojmiestna loď s čulým kapitánom a červeným interiérom odchádzajúca o šiestej do mesta Mortem. Túto loď pridáme do tabuľky.

Ďalšie 4 lode vložíme do tabuľky podľa viet 3, 4, 6 a 9. Každá z týchto viet hovorí o inom počte miest. Takto si sme istí, že v každom stĺpci tabuľky je popísaná iná loď.

Pozícia			Vľavo od Čulého		Vpravo od Contritia
Kapitán	Čulý				
Počet miest	3	4	5	8	10
Čas odchodu	6.00	9.00			7.00
Farba	Červená		Modrá		
Cieľ	Mortem			Dolor	

Veta 2 spomína čiernu loď, o ktorej hovorí aj veta 13. Z tabuľky vidíme, že o ôsmej môže odchádzať päť alebo osemmiestna loď. Ale o päťmiestnej lodi vieme, že je modrá. Preto o ôsmej musí odchádzať osemmiestna loď.

Tým pádom päťmiestna loď musí odchádzať o piatej. To je totiž posledný voľný čas odchodu, ktorý nám ostal. Podľa vety 8 ide do Vuluns.

Ostali nám dve lode, ktoré nemajú priradenú farbu. Podľa vety 11 loď o siedmej nemôže mať bielu farbu. Bielej farbe teda ostalo len jedno voľné políčko. Hneď vieme doplniť aj poslednú, zelenú farbu.

Pozícia	Vľavo od Čulého		Stred	Vedľa zelenej lodi	Vpravo od Contritia
Kapitán		Čulý			
Počet miest	5	3	8	4	10
Čas odchodu	5.00	6.00	8.00	9.00	7.00
Farba	Modrá	Červená	Čierna	Biela	Zelená
Cieľ	Vuluns	Mortem	Dolor		

Teraz sa pozrieme trochu na kapitánov. Veta 12 a 14. Dobrý kapitán je na kraji a vedľa neho je hrdý kapitán. Hrdý kapitán je preto na pozícii vpravo alebo vľavo.

V oboch prípadoch je vedľa hrdého kapitána čierna loď. Veta 7 ale hovorí, že je vedľa neho zelená loď.

To znamená, že zelená loď je úplne vpravo a má dobrého kapitána. Teraz sa pozrime, či je to pravý alebo ľavý kraj. Podľa vety 9 sa vpravo od zelenej lodi musí nachádzať ešte nejaká iná loď. Ak by sa zelená loď nachádzala na pozícii úplne vľavo, táto veta by neplatila.

Preto sa zelená loď nachádza na pizícii úplne vpravo. Loď hrdého kapitána je na pozícii vpravo. Veta 9 nám prezrádza, že ide do Contritia. No a ešte nám ostala posledná loď, ktorá nemá priradený svoj cieľ. Je to zelená loď a ide na mesiac Azúr.

Pozícia	Vľavo od Čulého		Stred	Vpravo	Úplne vpravo
Kapitán		Čulý		Hrdý	Dobrý
Počet miest	5	3	8	4	10
Čas odchodu	5.00	6.00	8.00	9.00	7.00
Farba	Modrá	Červená	Čierna	Biela	Zelená
Cieľ	Vuluns	Mortem	Dolor	Contria	Azúr

Tým dostávame odpoveď na prvú otázku. Loď odchádzajúca na Azúr je desaťmiestna.

Ostávajú nám dvaja neznámi kapitáni. Kapitán prostrednej lode a kapitán modrej lode. Veta 5 nám pri pohľade do tabuľky jasne udáva jedného z nich. Kapitánom prostrednej lode je smelý kapitán. Posledným kapitánom je teda malý. Ten vedie modrú loď.

No a to je odpoveď na druhú otázku. Modrá loď má malého kapitána.

Kto sa nudí, môže si určiť jeho polohu. Na výber má už len pozície úplne vľavo a vľavo. Ak vezmeme do úvahy vetu 4, ostala nám už len jedna pozícia. Tabuľku máme hotovú.

Pozícia	Úplne vľavo	Vľavo	Stred	Vpravo	Úplne vpravo
Kapitán	Malý	Čulý	Smelý	Hrdý	Dobrý
Počet miest	5	3	8	4	10
Čas odchodu	5.00	6.00	8.00	9.00	7.00
Farba	Modrá	Červená	Čierna	Biela	Zelená
Cieľ	Vuluns	Mortem	Dolor	Contria	Azúr

Komentár: Hneď na začiatok vás chceme pochváliť, že ste skoro všetci vyriešili úlohu správne. O celom bodovaní tak (ostatne ako vždy) rozhodovalo, akú námahu ste si dali s popisom postupu. No a práve preto si najviac ľudí nájde za úlohu jediný bod. A to aj napriek tomu, že všetci majú správny výsledok. Zopár riešiteľov nám aspoň tvrdilo, že to aj nejak riešili. Ešte lepšie dopadli tí, ktorí popísali celý logický postup. No a najlepšie dopadli tí, čo každý krok detailne vysvetlili. No a na koniec smutne konštatujeme, že len jeden riešiteľ poslal pekné obrázky skutočných vesmírnych lodí. Veľa zdaru v ďalších úlohách.

Úloha č. 6:

opravovali Terka Kochjarová, Tomáš Daneshjo & Jakub Mach

Klára Hricová, Samuel Banas, Martin Nemjo

Zadanie: V hre má hrací plán políčka označené číslami od 0 do 100 (políčka nasledujú za sebou). Naša figúrka je postavená na políčku 0. V jednom ťahu ju môžeme posunúť na políčko s hodnotou o 9 alebo 10 väčšou či o 9 alebo 10 menšou ako je hodnota políčka na ktorom figúrka stojí. (V prvom ťahu ju teda vieme posunúť buď na políčko s číslom 9 alebo na políčko s číslom 10.)

a) Dokážeme sa nejakým spôsobom dostať na každé jedno políčko na pláne?

b) Ak by mal plán políčka len od 0 do 15, vieme sa tiež dostať na všetky políčka plánu? Ak sa na niektoré z políčok dostať nevieme, ktoré to sú?

Riešenie: a) Najprv si ukážeme, ako sa dostať na políčko číslo 1. Tam sa vieme dostať jednoducho pohybom na políčko s hodnotou o 10 väčšou (10) a z neho na políčko s hodnotou o 9 menšou (1). Takýmto spôsobom sa na prvý pohľad vieme z akéhokoľvek políčka dostať na políčko s o jedna väčšou hodnotou. Tento spôsob však má jeden nedostatok, a to ten, že vždy potrebujeme mať aspoň deväť ďalších políčok na konci plánu. Náš hrací plán však končí políčkom označeným číslom 100.

Tento problém vieme vyriešiť tým, že našu stratégiu niekedy pred koncom poľa otočíme: najprv sa presunieme na políčko s hodnotou o 9 menšou, až potom na políčko s hodnotou o 10 väčšou. Takto sa tiež vieme dostať z akéhokoľvek políčka na políčko s o jedna väčšou hodnotou. Tento postup si vyžaduje, aby bolo aspoň 9 políčok na začiatku plánu. A to platí už od políčka označeného číslom 9, na ktoré sa dostaneme napríklad použitím prvého spôsobu pohybu.

Takže určite sa vieme dostať na všetky políčka plániku.

b) S 16 políčkami (vrátane 0) si najprv potrebujeme uvedomiť, že vieme navštíviť políčko číslo 9 (posunieme sa hneď na začiatku na políčko s o 9 väčšou hodnotou a potom zase naspäť). Ďalej už môžeme pokračovať v našej stratégii, pohybu o 10 dopredu, o 9 dozadu. Navštívime tak políčka:

0, 10, 1, 11, 2, 12, 3, 13, 4, 14, 5, 15, 6, a ďalej sa už pohnúť nevieme, pretože políčko s číslom 16 nemáme. Teraz by sme podľa našej pôvodnej stratégie otočili smer a pohli sa o 9 dozadu a potom o 10 dopredu. Stojíme však na políčku 6 a nevieme sa pohnúť ani o 9 políčok dozadu. Zostali nám teda políčka 7 a 8, na ktoré sme sa nedostali. Keď sa na to pozrieme bližšie, zistíme, že pre políčka 7 a 8 neexistujú na našom 16 políčkovom hracom pláne žiadne políčka, ktor?? by boli o 9 alebo 10 väčšie alebo menšie. Preto naozaj nemáme žiadne políčka, z ktorých by sme sa na ne mohli dostať.

Teda na pláne s číslami od 0 do 15 sa nevieme dostať na všetky políčka, pretože sa nevieme dostať na políčka číslo 7 a 8.

Komentár: Aj keď väčšina z vás prišla na to, ako sa po hracom pláne pohybovať, nie všetci ste dokázali, že sa takýmto spôsobom naozaj dostanete až na políčko 100, a že naozaj stúpite na každé políčko aspoň raz. Tiež ste niektorí predpokladali, aj keď to v zadaní nebolo, že na každé políčko smiete stúpiť iba raz. Kvôli tomu ste urobili chybu v druhej časti úlohy, kde ste vysvetlili, ako sa dostať na políčka 1-6 a 10-15 ale neuvedomili ste si, že sa rovnakou cestou môžete vrátiť na začiatok a posunúť sa o 9 políčok na políčko 9.

Poradie riešiteľov po 2. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1.	Matej Haverlík	5. A	ZSkaBA	54	9	9	9	7	9	9	9	108
2.	Norbert Micheľ	6. A	ZKro4KE	49	9	9	9	8	9	9	0	102
3. – 4.	Martin Čabra	5. A	ZStanKE	52	9	6	8	5	9	8	6	98
	Soňa Špakovská	6. C	ZTomKe	50	9	8	8	5	9	9	0	98
5.	Matúš Masrna	5. A	ZKro4KE	52	6	8	9	7	2	9	6	97
6. – 7.	Michaela Rusnáková	Prima A	GAlejKE	51	6	9	4	8	9	9	0	96
	Oliver Štubňa	3. A	ZMarkSN	50	7	9	7	5	-	9	9	96
8. – 10.	Klára Hricová	6. A	ZKro4KE	47	6	9	8	8	8	9	0	95
	Lujza Milotová	6. A	ZBrusKE	50	9	9	5	5	9	8	0	95
	Martin Nemjo	Prima	GAlejKE	49	7	9	6	6	9	9	0	95
11.	Samuel Banas	Prima	GSNP PN	51	9	8	9	6	2	9	0	94
12.	Jakub Mičko	5. B	ZKro4KE	52	7	6	8	7	4	7	6	93
13.	Simona Sabovčíková	6. B	ZKro4KE	49	6	8	9	6	5	9	0	92
14.	Frederik Ténai	6. B	ZAngeKE	48	8	9	9	7	1	9	0	91
15.	Jakub Farbula	Prima	GAlejKE	42	9	9	7	5	9	9	0	90
16.	Adam Garafa	5. A	ZKro4KE	46	6	9	6	6	3	9	6	88
17.	Peter Rajský	4. A	ZJeséBA	43	6	6	5	6	9	7	9	86
18.	Matej Štencel	6. A	ZŠkolMG	42	7	9	9	8	7	2	0	84
19.	Kristína Šedovičová	6. B	ZKro4KE	42	9	7	5	5	6	8	0	82
20.	Michal Kolcun	Prima	GAlejKE	46	9	7	7	3	1	8	0	81
21.	Michal Krkoška	6. B	ZKopeHC	40	9	6	8	5	4	8	0	80
22.	Adam Čabrák	5. A	ZKro4KE	48	9	9	8	-	5	-	-	79
23. – 24.	Hana Žáková	5. A	ZGTilBA	45	7	7	1	8	-	9	1	78
	Marek Čižmár	6. B	ZTomKe	45	7	9	2	4	3	8	0	78
25. – 26.	Simona Jacková	5. B	ZKro4KE	44	8	6	3	5	6	4	4	77
	Matúš Farkaš	Prima	GAlejKE	38	9	8	4	5	7	6	0	77
27. – 29.	Erik Novák	5. A	ZKro4KE	40	6	8	9	4	1	5	4	76
	Tomáš Feciskanin	Prima	GAlejKE	42	5	8	6	6	1	8	0	76
	Ján Richnavský	6. B	ZKro4KE	29	7	9	8	7	9	7	0	76
30.	Jakub Skaloš	5. A	ZSkaBA	37	9	6	7	4	1	8	4	75
31. – 32.	Filip Pereš	6. A	ZKro4KE	45	6	8	1	5	1	8	0	74
	Natália Péliová	6.	ZJeleNH	32	9	7	3	5	9	9	0	74
33.	Oskar Hritz	4. B	ZPoliKE	38	4	4	6	7	1	6	7	72
34.	Samuel Koribanič	5. A	ZŠtefHE	29	6	7	6	5	9	8	6	71
35. – 36.	Klára Paľuvová	5. A	ZKro4KE	41	6	2	1	5	6	8	2	70
	Gabriela Genčiová	6. B	ZKro4KE	37	8	8	1	-	8	8	0	70
37.	Viktória Smolárová	5. A	ZOrJase	40	8	7	3	1	1	8	1	68
38.	Ján Kapráľ	6. C	ZTomKe	46	7	4	1	2	1	5	0	66

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
39.	Martin Kánássy	6. B	ZKro4KE	38	7	7	1	3	1	7	0	64
40. – 41.	Filip Tumidalský	Prima	GAlejKE	32	7	9	3	2	3	7	0	63
	Katka Samčíková	5. A	ZZeliKE	36	6	6	2	5	2	6	2	63
42.	Simona Vrbová	6. A	ZKro4KE	34	6	4	3	5	1	9	0	62
43.	Ivana Benešová	5. A	ZKro4KE	34	2	8	1	5	2	8	2	61
44. – 45.	Imrich Rumi	5.	ZSSvPet	37	8	2	2	0	1	7	1	58
	Veronika Glashütnerová	6. C	ZTomKe	37	8	4	1	1	1	6	0	58
46.	Klára Farkašovská	6. C	ZTomKe	41	-	4	1	5	1	5	0	57
47.	Daniel Vaško	6. B	ZTomKe	38	4	2	1	5	1	4	0	55
48. – 49.	Tomáš Prielomek	6. A	ZOrJase	26	7	6	2	3	3	5	0	52
	Jaroslav Birka	5. A	ZKro4KE	26	7	3	4	2	1	8	2	52
50.	Tatiana Kerestiová	5. A	ZBe16KE	24	8	6	1	5	2	4	2	51
51.	Ondrej Ovčár	5. A	ZKro4KE	25	3	7	-	4	2	7	2	50
52. – 53.	Lilla Maheľová	5. B	ZKro4KE	34	-	8	-	-	-	-	-	42
	Nina Griačová	3. A	ZTajoSC	24	-	9	-	-	-	-	9	42
54. – 55.	Matúš Vysoký	5. B	ZKro4KE	18	-	7	-	4	4	8	-	41
	Matúš Bucher	5. B	ZKro4KE	32	9	-	-	-	-	-	-	41
56. – 59.	Sára Lemesányiová	5. B	ZKro4KE	30	-	6	2	1	-	-	-	39
	Zuzana Krajňáková	6. A	ZKro4KE	32	-	7	-	-	-	-	0	39
	Jakub Šlauka	5. B	ZKro4KE	19	4	5	2	0	1	7	1	39
	Veronika Belániová	6.	ZJeleNH	23	2	6	1	3	-	4	0	39
60.	Simona Horváthová	6. A	ZKro4KE	18	1	6	-	4	1	4	0	34
61. – 62.	Erik Tomko	Prima B	GAlejKE	14	3	6	2	1	-	6	0	32
	Sofia Kuliková	6. A	ZZeliKE	32	-	-	-	-	-	-	0	32
63.	Martin Želinský	6. A	ZKro4KE	31	-	-	-	-	-	-	0	31
64.	Kristína Mosejová	6. A	ZZeliKE	26	1	3	-	-	-	-	0	30
65.	Tomáš Čorej	6. C	ZŠmerPO	21	-	7	-	-	-	-	0	28
66.	Radoslav Jochman	5. A	ZBrusKE	26	-	-	-	-	-	-	-	26
67.	Timea Forraiová	5. A	ZZeliKE	15	-	6	1	-	-	3	-	25
68.	Alexandra Bartová	6. B	ZFranTC	24	-	-	-	-	-	-	0	24
69.	Martin Šinák	5. A	ZGTilBA	0	2	5	3	5	-	5	2	22
70.	Róbert Bažalik	6. A	ZZeliKE	20	-	-	-	-	-	-	0	20
71. – 73.	Barbora Nagyová	6.	ZSSvPet	17	1	1	-	-	-	-	0	19
	Jakub Vertaľ	6. B	ZKro4KE	12	2	2	-	-	-	3	0	19
	Zuzana Ustohalová	Prima	GŠportKE	19	-	-	-	-	-	-	0	19
74.	Samuel Albrecht	6. A	ZKro4KE	18	-	-	-	-	-	-	0	18
75. – 76.	Lukáš Szánto	6. A	ZZeliKE	17	-	-	-	-	-	-	0	17
	Richard Šimon	5. B	ZKro4KE	17	-	-	-	-	-	-	-	17
77.	Kristián Koribsky	5. A	ZZeliKE	15	-	-	-	-	-	-	-	15
78. – 79.	Matúš Hromada	4.	ZSKomj	14	-	-	-	-	-	-	-	14
	Lenka Harmarová	6.	ZJeleNH	14	-	-	-	-	-	-	0	14
80.	Andrea Tresová	5. A	ZZeliKE	12	-	-	-	-	-	-	-	12
81.	René Gyarmati	5.	ZSSvPet	11	-	-	-	-	-	-	-	11
82.	Marco Kovaľ	5. B	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	-	-	9
83. – 87.	Tomáš Miščík	6. B	ZKro4KE	8	-	-	-	-	-	-	0	8
	Damián Baňačkai	6. A	ZKro4KE	0	-	8	-	-	-	-	0	8
	Matúš Hadžega	Prima	GAlejKE	8	-	-	-	-	-	-	0	8
	Benjamin Jóba	5.	ZSSvPet	8	-	-	-	-	-	-	-	8
	Jozef Kelement	5. A	ZLúčDiv	8	-	-	-	-	-	-	-	8
88.	Tímea Vörösová	6.	ZSSvPet	7	-	-	-	-	-	-	0	7
89.	Dominik Paľo	6. A	ZKošaro	6	-	-	-	-	-	-	0	6
90. – 91.	Anthony Martin	6. B	ZKro4KE	5	-	-	-	-	-	-	0	5
	Daniel Kalina	6. B	ZKro4KE	5	-	-	-	-	-	-	0	5
92.	Matej Škuta	5.	ZSKomj	3	-	-	-	-	-	-	-	3
93.	Maroš Majerník	6. A	ZŠkolMG	1	-	-	-	-	-	-	0	1
94.	Soňa Budáčová	5. A	ZLúčDiv	0	-	-	-	-	-	-	-	0

Pravidlá hry

Vírus sa podarilo napadnúť v jeho ľavej hornej časti. Na jeho zničenie potrebuje každý hráč jednu figúrku a hraciu kocku. Na začiatku sa všetci hráči postavia do napadnutej oblasti. Začína ten, kto hodí najmenšie číslo. V každom kole hádže každý práve raz. Vírus sa zničí ak aspoň jeden hráč postupne prejde po všetkých už vyvinutých chápadlách (vyvinuté chápadlá sú očíslované) a prekročí políčko 145.

1 - Zaobchádzaš s vírusom veľmi jemne, hádž ešte raz.

11 - Vírus napadol tvoje hlasivky, 2 kolá nemôžeš rozprávať .

27 - Pri výpočte ničenia chápadla si sa pomýlil a to ťa veľmi rozveselilo, musíš povedať vtip.

30, 39, 60, 77, 100, 111, 113, 128, 134,(teda čierne políčka) - vírus v týchto oblastiach mutuje, vráť sa do predchádzajúcej oblasti mutácie (ak stojíš na políčku č. 30 vráť sa na začiatok).

45 - Pŕhlivá časť chápadla ťa poštípala, veľmi ťa svrbia chodidlá, musíš si preto zatancovať.

47 - Niečo si pokazil, okolité prostredie sa zamorilo jedovatým plynom, jedno kolo si preto drž zapchatý nos.

54 - Misia cez posledné chápadlo ťa veľmi unavila, musíš si dlhšie oddýchnuť, stojíš 1 kolo.

63 - Dobre si si podriemal a nabral si veľa síl, môžeš sa posunúť o 7 políčok dopredu.

66 - Vírus napadol tvoje nohy, musíš ich rozcvičiť sprav 10 drepov.

75 - Nejako si vysmädol, choď sa napiť, stojíš 1 kolo.

83 - Nabral si druhý dych, hádžeš ešte raz.

94 - Zistil si, že si 5 políčok dozadu spravil chybu pri výpočte a chápadlo vírusu na tomto mieste len omráčil, posuň sa teda o 5 políčok vzad.

95 - Je ti veľmi horúco, vyzleč si nejaké oblečenie.

101 - Podarilo sa ti vyvinúť tekutinu na rýchlejšie zneškodňovanie, v nasledujúcom kole sa môžeš posunúť vpred o dvojnásobok tvojho hodu.

111 - Chápadlo sa na tomto mieste odtrhlo, presúvaš sa do políčka s číslom 118.

118 - Nedarí sa ti, chvíľu sa musíš tváriť mrzuto.

131 - Z prepracovania máš zvýšenú teplotu , musíš sa schladiť, stojíš 1 kolo.

145 - Minula sa ti jed na paralyzovanie, stojíš 1 kolo kým vyrobíš ďalší.

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 3 • december • Zimná časť 23. ročníka (2013/2014)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`