
MALYNÁR

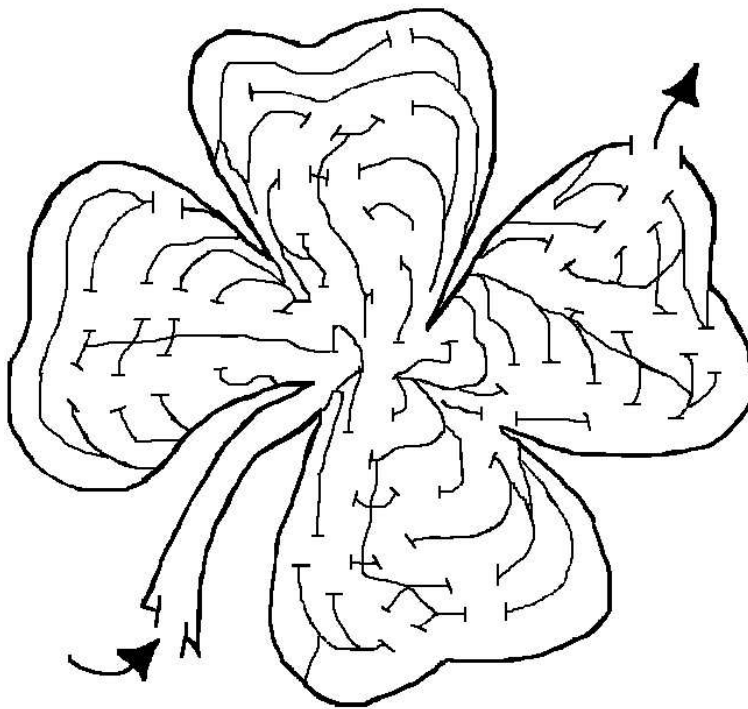
Ahoj,

Tak, a už je dobojované. Toto sú vzorové riešenia 2. série úloh Malynár-a. Zimná časť 12. ročníka sa skončila. Pre mnohých úspešne, veď až 14 riešiteľov má plný počet bodov. Tým, ktorí sa umiestnili na prvých dvadsiatich miestach začiatkom januára príde pozvánka na zimné sústreďenie v Kežmarských Žľaboch. Ak si niekde tesne za 20. miestom nezúfaj, možno sa dostaneš na sústreďenie ako náhradník. Keď sa Ti zimná časť nepodarila, nič sa nedeje, na nový rok sme tu opäť a od februára môžeš začať odznova v letnej časti.

Zima udrela a vonku je teraz treskúci mráz (aspoň tu v Košiciach). Možno aj trochu zasneží. Čo chvíľa sú tu vianoce, zimné prázdniny a druhý diel Pána prsteňov, možno aj Matrixu. Šťastné a veselé Vám prajeme aj

My

(organizátori)



Aby ste sa nenudili, pripravili sme pre Vás malé bludisko. Prijemnú zábavu!

VZOROVÉ RIEŠENIA 2. SÉRIE ZIMNEJ ČASTI 12. ROČNÍKA MALYNÁRA

Úloha č. 1 (Anna Bajusová):

Zadanie: Hladná koza Róza zožerie hlávku kapusty za 5 minút, druhú hlávku za 6 minút, tretiu za 7 minút atď.; zožrať každú ďalšiu hlávku jej trvá o minútu dlhšie ako predchádzajúcu. Hladná koza Líza zožerie hlávku kapusty za 8 minút, druhú za 10 minút, tretiu za 12 minút atď.; zožrať každú ďalšiu hlávku jej trvá o 2 minúty dlhšie ako predchádzajúcu. Líza začala žrať prvú hlávku o 12:00. Kedy začala žrať Róza, ak zožrala svoju desiatu hlávku v tej istej chvíli ako Líza svoju tretiu hlávku?

Riešenie: Koza Líza začala žrať o 12:00 a zožrala 3 hlávky kapusty. Prvú jedla 8 minút, druhú o 2 minúty dlhšie, čiže $8+2 = 10$ minút, tretiu zase o 2 minúty dlhšie než predchádzajúcu, čiže $10 + 2 = 12$ minút. Zožrať 3 hlávky jej trvalo $8 + 10 + 12 = 30$ minút. Tretiu hlávku teda dojedla o 12:00 + 30 minút, čiže o 12:30. Koza Róza zožrala svoju prvú hlávku za 5 minút a každú ďalšiu o minútu dlhšie než predchádzajúcu. Ak svoju desiatu hlávku dojedla o 12:30 musíme si spočítať čas, za ktorý zjedla 10 hlávok, aby sme vedeli zistiť, kedy začala. Aby sme sa nepomýlili, tak si všetky hlávky vypíšeme.

1. hlávka	5 minút	6. hlávka	10 minút
2. hlávka	6 minút	7. hlávka	11 minút
3. hlávka	7 minút	8. hlávka	12 minút
4. hlávka	8 minút	9. hlávka	13 minút
5. hlávka	9 minút	10. hlávka	14 minút

Spolu to je 95 minút. $12:30 - 95 \text{ min} = 12:30 - (30 + 60 + 5) = 10:55$. Čiže keď koza Róza skončila o 12:30, musela začať o 95 minút skôr, teda o 10:55.

Mnohí ste úlohu riešili tak, že ste od času 12:30 postupne odrátavali jednotlivé Róziné kapusty. Čiže $12:30 - 14 \text{ min} = 12:16$, $12:16 - 13 \text{ min} = 12:03 \dots$ Aj takýto postup bol správny.

Komentár: Väčšine z Vás nerobila táto úloha problémy. Niektorí však nepochopili zadanie úlohy a tak sčítali namiesto $8 + 10 + 12$ iba $8 + 2 + 2$ (podobne aj pri Róze). Treba si však uvedomiť, že $8 + 2 + 2$ by bolo v zadaní napísané ako: „prvú hlávku zjedla za 8 minút a zožrať každú ďalšiu hlávku jej trvalo 2 minúty“ nie „o 2 minúty dlhšie.“

Úloha č. 2 (Anita Zolnayová):

Zadanie: „Sud je vysoký 120 cm. Minulý rok v ňom bola voda do výšky 60 cm. Vtedy, ak si dobre pamätám, vážil 163 kg, však?“ „Hej“, odvetila mama, „dedo to nejako vypočítal.“ „A tento rok je v sude až 80 cm vody. Dedo už istotne vie, koľko je to kíl.“ „213 kg.“ „My sa tu teraz budeme so sudom s vodou trápiť štyria. Keby bol sud prázdny, preniesol by som ho istotne aj sám!“ Viete, koľko váži prázdny sud?

Riešenie: V minulom roku bolo v sude 60 cm vody a vážil 163 kg. Toho roku je v ňom 80 cm vody a váži 213 kg. Rozdiel medzi týmto a minulým rokom je vo výške hladiny 20 cm a vo váhe 50 kg. Z toho vyplýva, že 20 cm vody v tomto sude váži 50 kg. (Pozor! To platí iba preto, že je to ten istý sud.) 60 cm vody ($3 \cdot 20 \text{ cm}$) váži potom $3 \cdot 50 \text{ kg} = 150 \text{ kg}$. 60 cm vody so sudom váži 163 kg (voda + sud) -150 kg (voda) = 13 kg (sud). Tak isto 80 cm vody váži $4 \cdot 50 \text{ kg} = 200 \text{ kg}$. Zo zadania 80 cm vody so sudom váži 213 kg, teda $213 \text{ kg} - 200 \text{ kg} = 13 \text{ kg}$. Prázdny sud váži 13 kg.

Komentár: Príklad ste mnohí zvládli bez problémov. Niektorí ste pri riešení násobili váhu so sudom. Neuvedomili ste si, že sud nemôžete násobiť. Sud predsa zostáva stále ten istý! Potom Vám vychádzali zlé výsledky.

Úloha č. 3 (Eva Čopíková):

Zadanie: „Na začiatku prestávky to bolo biedne, prehral som polovicu svojich guľčiek. No potom sa na mňa usmialo šťastie a vyhral som 37 guľčiek. Do nasledujúcej hry som vložil všetky svoje guľčiky, čím sa ich počet zdvojnásobil. Pred chvíľou som stretol Jana, ten už nemal žiadne guľčiky a chcel hrať ešte do konca prestávky, tak som mu dal 18 guľiek. Ja ich mám teraz 100.“ Vieš, koľko guľčiek mal Maťo pred prestávkou?

Riešenie: Počet Maťových guľčiek si aj s príslušnými zmenami vyznačíme do diagramu.



Na to, aby sme získali príslušné čísla stačí urobiť postupne od konca opačné operácie. Takže

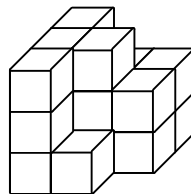


Maťo mal na začiatku 44 guľčiek.

Komentár: Úloha bola bezproblémová. Väčšina z Vás má 5 bodov.

Úloha č. 4 (Maťo Pancák):

Zadanie: S koľkými kockami sa teraz nehrá, ak vytvárajú taký útvar, aký je na obrázku?



Riešenie: Prvé, čo si treba uvedomiť je to, že ak je kocka na druhom alebo treťom poschodí, tak pod ňou musí byť ďalšia kocka, inak by sa nám kocka prepadla. Skúsme sa pozrieť na náš útvar z vrchu

3	2	2
3	3	2
3	1	

Číslo v každom políčku určuje číslo poschodia najvyššej kocky a zároveň aj počet kociek v danom stĺpci (stĺpec je viac kociek nad sebou). Teraz stačí spočítať všetky čísla a dostaneme počet všetkých kociek v útvaru. Nehrá sa s 19 kockami.

Komentár: Ak používate nejaký pojem, ktorý sa bežne pri takýchto príkladoch nepoužíva, tak ho musíte vysvetliť (upresniť). Napríklad „rad“.

Úloha č. 5 (Lenka Kovalčinová):

Zadanie: Vtom si všimol obďaleč stojaceho mladíka, ktorý ukladal do police prvých 10 dielov zo série kníh „Medzi nami dievčatami“. Zľava doprava boli podľa poradových čísel usporiadané takto: 1,2,6,10,3,8,4,7,9,5. Tibor si krátil chvíľu tým, že chcel knihy v duchu popremiestňovať tak, aby za sebou nasledovali po poradí od 1 do 10 a to takýmto spôsobom: trikrát po sebe vybrať vždy dve susedné knihy a presunúť ich na iné miesto (opäť vedľa seba). Dá sa to? Ak áno, ako? Ak nie, prečo?

Riešenie: Na začiatku si stačilo všimnúť, že niektoré čísla nie sú za sebou tak, ako by mali byť. Podľa toho sa potom aj presúvali dvojice čísel. Najprv presunieme čísla 4, 7 tak, aby bola 4 za 3. Potom, všimnime si, že na konci je ako posledné číslo 5, tak si zoberieme dvojicu tak, aby po presunutí bolo za 5 číslo 6, teda vezmeme dvojicu 6, 10. Nakoniec však s radosťou zbadáme, že máme už skoro všetky čísla tak, ako by mali byť, okrem dvojice 5, 6, ktorú preto tretím ťahom dáme za číslo 4 a už máme zoradené čísla od 1 po 10.

Komentár: Úlohu ste buď vyriešili bez problémov a takých bolo veľa, alebo ste došli k záveru, že sa to nedá. Samozrejme, v oboch prípadoch by bolo treba riadne zdôvodnenie a tak by ste možno aj prišli na to, že sa to predsa len dá.

Úloha č. 6 (Gabča Dobranská):

Zadanie: „V knihe chýbajú posledné tri listy. Na každej vytrhnutej strane bolo napísané jej číslo. Tieto čísla som sčítal a dostal som číslo 783. Koľko strán má kniha?“

Riešenie: Súčet vypadnutých strán je 783. Vypadli mi posledné 3 listy = 6 strán. Číslo na poslednej strane sa rovná počtu strán v knihe, pretože kniha sa čísluje od strany 1.

Označím si teraz túto poslednú stranu x . Keďže mám 6 vypadnutých strán, tak ich čísla budú posledná x , predposledná $(x - 1)$, tretia od konca $(x - 2)$, štvrtá od konca $(x - 3)$, piata od konca $(x - 5)$, šiesta od konca $(x - 6)$. Teraz sčítam týchto 6 strán a dostanem:

$$\begin{aligned} (x - 5) + (x - 4) + (x - 3) + (x - 2) + (x - 1) + x &= 783 \\ 6x - 15 &= 783 && / + 15 \\ 6x &= 798 && / : 6 \\ x &= 133 \end{aligned}$$

Číslo na poslednej strane je 133, takže kniha má 133 strán.

Komentár: V prvom rade sa chceme ospravedlniť za zlé zadanie úlohy, ktoré spôsobilo, že sa nedala vyriešiť. Mnohí ste sa snažili vymyslieť, ako malo správne zadanie znieť, no veľmi sa Vám to nedarilo. Súčet 783 mal správne byť súčet čísel na vypadnutých stranách, nie na tých, ktoré v knihe ostali. Pri opravovaní som brala do úvahy každé pochopenie, takže ste väčšinou veľa bodov nestratili.

VÝSLEDKOVÁ LISTINA

2. SÉRIE ZIMNEJ ČASTI 12. ROČNÍKA MALYNÁRA

Por.	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	Poč.	1	2	3	4	5	6	Prémia	Súčet
1.–14.	Elena Fialková	6. B	ZNešpPO	30	5	5	5	5	5	β	5	60
	Daniela Grofová	4. C	ZJeniKE	30	β	5	5	5	5	5	5	60
	Michaela Floriánová	prima	GGrösBA	30	5	5	5	5	5	-	5	60
	Hana Jergušová	?	?	30	5	5	5	5	5	β	5	60
	Ladislav Bačo	?	ZKe30KE	30	β	5	5	5	5	5	5	60
	Ján Ivanecký	4. A	ZLechKE	30	5	5	5	5	-	5	5	60
	Matej Sonlajtner	5. N	ZMlynár	30	5	5	5	4	5	5	5	60
	Róbert Tóth	prima	GAlejKE	30	β	5	5	5	5	5	5	60
	Natália Karásková	prima	GGrösBA	30	5	5	5	5	5	-	5	60
	Michal Kopf	?	?	30	5	4	5	5	5	5	5	60
	Martin Bachratý	6. A	ZGaštŽA	30	β	5	5	5	5	5	5	60
	Jana Mižiková	6. C	ZNov2KE	30	β	5	5	5	5	5	5	60
	Alexandra Kuncová	sekunda A	GAlejKE	30	β	5	5	5	5	5	5	60
	15.–19.	Dušan Blich	prima	GAlejKE	30	β	5	5	5	5	5	5
Peter Stanay		sekunda	GAlejKE	29	4	5	5	5	5	5	5	59
Barbora Demjaničová		5. A	ZŠmerPO	29	β	5	5	5	5	5	5	59
Alexandra Antošová		prima	GGrösBA	29	4	5	5	5	5	5	5	59
Denisa Bálintová		prima	GAlejKE	29	5	2	5	5	5	5	5	59
20.–25.	Juraj Krzeminský	5. A	ZŠmerPO	29	β	5	5	5	5	5	5	59
	Marta Kořínková	prima	GGrösBA	28	5	5	5	5	0	5	5	58
	Zuzana Zatrochová	prima	GAlejKE	30	5	5	5	5	0	3	5	58
	Lukáš Hertel	6. A	ZKuzmic	29	4	5	5	β	5	5	5	58
	Natália Nemcová	5. A	ZŠmerPO	28	β	5	5	5	5	5	5	58
	Ladislav Hovan	5. A	ZKro4KE	28	5	5	5	5	5	-	5	58
	Peter Gromóczki	?	ZStanKE	28	β	5	5	5	5	5	5	58
26.–31.	Tibor Pastirák	6. B	ZKuzmic	27	5	5	5	β	5	5	5	57
	Ondrej Kuzmík	sekunda	GGrösBA	29	4	4	5	β	5	5	5	57
	Marián Jesse	6. A	ZNálepk	27	5	5	5	5	5	β	5	57
	Jakub Kireš	?	ZStanKE	27	β	5	5	5	5	5	5	57
	Barbora Džuganová	5. A	ZŠrobPO	27	5	5	5	4	5	5	5	57
	René Garančovský	5. A	ZŠmerPO	30	5	5	5	2	0	5	5	57
	Alexandra Jevínová	6. A	ZŠrobPO	30	5	-	5	3	5	3	5	56
32.–33.	Katarína Buhajová	4. A	Z1májSV	26	β	5	5	5	5	5	5	56
	Maroš Balucha	5. A	ZŠmerPO	30	5	5	5	5	0	-	5	55
34.–40.	Ivana Soláriková	prima	GAlejKE	27	5	5	5	5	-	3	5	55
	Samuel Dudlák	prima	GGrösBA	26	5	4	5	5	5	-	5	55
	Peter Trubačik	prima	G SNP GL	30	4	2	5	4	0	5	5	55
	Petra Zibrínová	5. A	ZŠmerPO	27	0	5	5	5	5	3	5	55
	Bruno Cuc	prima	GGrösBA	25	β	5	5	5	5	5	5	55
	Tomáš Javnický	4. A	ZLechKE	27	5	5	3	5	0	5	5	55
	Marcela Bavoľárová	5. A	ZBudimí	25	5	4	5	5	0	5	5	54
41.–42.	Matúš Kajanovič	?	GGrösBA	27	3	4	5	5	5	-	5	54
	Lenka Vašková	5. A	ZKro4KE	24	5	5	5	4	5	β	5	53
43.–45.	Dominika Šubertová	5. A	ZŠmerPO	24	5	5	5	4	5	-	5	53
	Ján Králik	sekunda A	GAlejKE	27	4	2	5	5	0	5	5	53
	Matúš Orendáč	6. A	ZAngeKE	22	5	4	5	5	5	5	5	52
46.–49.	Michaela Sluková	prima	GGrösBA	24	0	5	5	3	5	5	5	52
	Matej Renčík	4. A	ZSeňa	23	5	4	5	β	5	5	5	52
	Ivana Ihnátová	6. B	ZKuzmic	22	β	5	5	5	5	5	5	52
	Katarína Murajdová	6. A	ZŠrobPO	21	5	5	5	5	5	-	5	51
50.–51.	Miroslava Vašková	?	ZŠmerPO	21	4	5	5	5	5	5	5	51
	Štefan Lukáč	6. B	ZKuzmic	27	5	5	-	-	5	5	3	50
52.–53.	Bibiána Rusnaková	5. A	ZŠmerPO	23	5	5	5	4	0	3	5	50
	Marek Ružička	?	ZStanKE	21	5	5	5	β	5	3	5	49
54.–55.	Adam Petrek	prima	GGrösBA	19	β	5	5	5	5	5	5	49
	Dominika Šarišská	5. A	ZŠmerPO	18	0	5	5	5	5	5	5	48
56.–57.	Monika Daniláková	4. C	ZŠmerPO	21	4	5	5	5	0	3	5	48
	Martin Ilavský	4. C	ZJeniKE	16	β	5	5	5	5	5	5	46
58.–61.	Ján Gamec	4. A	ZLechKE	23	5	1	3	4	5	-	5	46
	Dávid Tóth	4. A	ZLechKE	16	5	5	5	5	5	β	5	46

Por.	Meno a priezvisko	Trieda	Škola	Poč.	1	2	3	4	5	6	Prémia	Súčet
	Katarína Gallová	5. A	ZKro4KE	23	5	5	5	3	-	-	5	46
62.–65.	Eva Valčíšová	6. A	ZBudimí	20	2	5	5	3	5	-	3	43
	Michaela Magátová	prima	GGrösBA	20	4	4	5	3	-	2	5	43
	Renáta Mýtniková	4. A	ZLechKE	14	5	5	5	4	5	3	5	43
	Veronika Kababiková	5. B	ZSeňa	13	5	5	5	3	5	5	5	43
66.	Jaroslav Černej	6. A	ZKuzmic	20	0	5	5	4	5	-	3	42
67.	Veronika Nógellová	sekunda	GGrösBA	30	0	1	5	5	0	0	0	41
68.–69.	Lenka Dancáková	6. A	ZBudimí	11	5	5	5	4	5	2	5	40
	Lukáš Sidorjak	5. A	ZŠmerPO	11	5	5	5	4	0	5	5	40
70.	Jana Hovancová	4. A	ZBudimí	16	4	5	5	3	0	1	5	39
71.–72.	Branislav Rozman	5. A	ZBudimí	11	5	5	5	5	0	2	5	38
	Jakub Prokša	6. B	ZAngeKE	12	4	4	5	3	0	5	5	38
73.	Jakub Vojaček	6. A	ZJeniKE	7	5	5	5	5	5	-	5	37
74.–77.	Veronika Zajacová	?	ZStanKE	10	3	2	5	3	5	5	5	36
	Peter Pribula	5. A	ZSeňa	6	5	5	5	5	0	5	5	36
	Jana Škopeková	5. A	ZŠmerPO	13	4	3	3	3	0	5	5	36
	Barbora Vaššová	?	ZŠmerPO	15	4	2	4	5	0	3	3	36
78.	Petra Derencényiová	5. B	ZNov2KE	17	5	-	-	4	5	-	3	34
79.	Táňa Chromčová	?	ZStanKE	12	4	0	3	-	5	5	3	32
80.–82.	Petra Bernátová	6. A	ZBudimí	16	5	-	5	1	0	3	0	30
	Pavol Rohár	prima	GAlejKE	10	0	4	5	3	0	5	3	30
	Slávka Džupinová	?	ZStanKE	8	3	3	5	3	5	2	3	30
83.–85.	Samuel Straka	4. C	ZŠmerPO	29	-	-	-	-	-	-	0	29
	Katarína Uporská	?	ZStanKE	13	0	0	3	3	5	5	0	29
	Kalátová	?	?	0	5	5	5	4	2	5	5	29
86.–87.	Matúš Kopf	?	?	28	-	-	-	-	-	-	0	28
	Patrik Švigár	6. C	ZPožiKE	28	-	-	-	-	-	-	0	28
88.–90.	Patrik Turošík	5. C	ZAngeKE	0	4	5	5	3	5	-	5	27
	Dávid Novák	6. C	ZPožiKE	27	-	-	-	-	-	-	0	27
	Dana Jenčová	?	?	22	-	5	-	-	-	-	0	27
91.	Kristína Molnárová	6. B	ZSeňa	26	-	-	-	-	-	-	0	26
92.	Daniel Till	4. A	ZNov2KE	25	-	-	-	-	-	-	0	25
93.–95.	Eva Sádová	6. A	ZKe28KE	22	-	-	-	-	-	-	0	22
	Denisa Dzurovčáková	4. A	ZKuzmic	22	-	-	-	-	-	-	0	22
	Tomáš Takáč	5. A	ZSeňa	5	2	0	5	2	0	5	3	22
96.	Adelka Mohammadová	4. C	ZJeniKE	0	4	-	5	3	5	-	3	20
97.	Veronika Kaňuchová	4. A	ZLechKE	7	4	-	3	3	0	-	0	17
98.	Jozef Pástor	4. A	ZKuzmic	5	4	3	2	-	-	-	0	14
99.	Michaela Zábojníková	6. D	ZPožiKE	13	-	-	-	-	-	-	0	13
100.	Janko Palenčár	?	?	12	-	-	-	-	-	-	0	12
101.	Michal Gajdár	6. A	ZVinBJ	11	-	-	-	-	-	-	0	11
102.	Michaela Halagardová	?	?	2	3	0	0	3	1	0	0	9
103.–104.	D. Štefanovičová	?	ZStanKE	1	0	0	4	0	0	2	0	7
	Monika Hufnagelová	5. B	ZAngeKE	6	0	1	0	0	0	0	0	7
105.–106.	Jana Romanová	5. A	ZAngeKE	5	-	-	-	-	-	-	0	5
	Peter Komanický	4. A	ZKuzmic	5	-	-	-	-	-	-	0	5
107.–110.	Tomáš Palko	6. C	?	0	-	-	-	-	-	-	0	0
	Peter Feckanič	6. C	ZKossKL	0	-	-	-	-	-	-	0	0
	Juraj Džupon	6. C	ZKossKL	0	-	-	-	-	-	-	0	0
	Tomáš Batta	6. C	ZKossKL	0	-	-	-	-	-	-	0	0

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 3 • December 2002 • Zimná časť 12. ročníka (2002/2003)

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1

Internet: <http://zdruzenie.strom.sk>

Email: zdruzenie@strom.sk